Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

Numerické modelovanie seizmického pohybu metódou konečných diferencií pre vybrané reálne modely lokálnych štruktúr

Diplomová práca

Bratislava 2014

Bc. Zuzana Margočová

1160 Fyzika

Fyzika Zeme a planét

Fakulta matematiky fyziky a informatiky

Univerzita Komenského v Bratislave

Numerické modelovanie seizmického pohybu metódou konečných diferencií pre vybrané reálne modely lokálnych štruktúr

(Diplomová práca)

Bc. Zuzana Margočová

Vedúci práce: prof. RNDr. Peter Moczo, DrSc.

Bratislava 2014

26549982

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta:	Bc. Zuzana Margočová
Študijný program:	fyzika Zeme a planét (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor:	4.1.1. fyzika
Typ záverečnej práce:	diplomová
Jazyk záverečnej práce:	slovenský

Názov: Numerické modelovanie seizmického pohybu metódou konečných diferencií pre vybrané modely reálnych lokálnych štruktúr

Cieľ: Pripraviť výpočtové sieťové modely pre triedu fyzikálnych modelov vybraných reálnych lokálnych povrchových sedimentárnych štruktúr vo Francúzsku. Vykonať numerické simulácie seizmického pohybu pre zostavené modely a štúdiu citlivosti. Identifikovať kľúčové parametre štruktúr z hľadiska súboru záujmových charakteristík seizmického pohybu.

Vedúci:	prof. RNDr. Peter Moczo, DrSc.
Katedra:	FMFI.KAFZM - Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie
Vedúci katedry:	prof. RNDr. Peter Moczo, DrSc.
Dátum zadania:	28.11.2012

Dátum schválenia: 28.11.2012

prof. RNDr. Peter Moczo, DrSc.
garant študijného programu

študent

vedúci práce

Čestné prehlásenie

Čestne prehlasujem, že som túto diplomovú prácu vypracovala samostatne s použitím citovaných zdrojov.

....

Bc. Zuzana Margočová

Poďakovanie

Za odborné vedenie, cenné rady, ochotu, množstvo venovaného času a vytvorenie pracovného prostredia ďakujem môjmu školiteľovi prof. RNDr. Petrovi Moczovi, DrSc.

Ďakujem doc. Mgr. Jozefovi Kristekovi, PhD. za cenné rady a za množstvo času, ktoré mi venoval.

Poďakovanie patrí tiež mojej rodine, kamarátom a spolužiačkam Anete a Sveti za ich podporu počas písania tejto práce a počas celého štúdia.

Veľká vďaka patrí môjmu priateľovi Andymu za každodenné povzbudzovanie a za psychickú podporu.

Abstrakt

Autor:	Bc. Zuzana Margočová
Názov práce:	Numerické modelovanie seizmického pohybu metódou konečných diferencií pre vybrané reálne modely lokálnych štruktúr
Škola:	Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta:	Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Katedra:	Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie
Vedúci práce:	prof. RNDr. Peter Moczo, DrSc.
Miesto:	Bratislava
Dátum:	5. 5. 2014
Počet strán:	89
Druh záverečnej práce:	Diplomová práca

Diplomová práca je venovaná skúmaniu vplyvu lokálnej povrchovej sedimentárnej štruktúry, hlbokého alpského sedimentárneho údolia pod mestom Grenoble, na seizmický pohyb a metodike tohto skúmania. Seizmický pohyb na voľnom povrchu 3D realistického modelu údolia a jeho okolia je simulovaný metódou konečných diferencií pre vertikálny dopad rovinnej vlny (3D, 2D a 1D simulácie pre celý 3D model, vybrané 2D profily a 1D modely pod prijímačmi na profiloch) a pre tri polohy bodového seizmického zdroja. Na kvantifikáciu a porovnanie vplyvu lokálnej štruktúry na seizmický pohyb sú použité amplifikačné faktory (pomery spektier odozvy) medzi povrchom sedimentov a dopadajúcou vlnou a medzi povrchom sedimentov a skalným povrchom. Je navrhnutá metodika výpočtu a porovnania amplifikačných faktorov pre prípad bodového zdroja. Na základe analýzy a porovnania amplifikačných faktorov sú vyvodené závery o kvantifikovaní vplyvu povrchovej sedimentárnej štruktúry na seizmický pohyb pomocou numerických simulácií.

Kľúčové slová: seizmický pohyb v sedimentárnom údolí, numerické simulácie, metóda konečných diferencií, amplifikačný faktor

Abstract

Author:	Bc. Zuzana Margočová
Title:	Numerical modelling of seismic motion by the finite-difference method for selected models of real local structures
University:	Comenius University in Bratislava
Faculty:	Faculty of Mathematics, Physics and Informatics
Department:	Department of Astronomy, Physics of the Earth and Meteorology
Advisor:	prof. RNDr. Peter Moczo, DrSc.
City:	Bratislava
Date:	5. 5. 2014
Number of pages:	89
Type of thesis:	Diploma thesis

Diploma Thesis is devoted to investigation of the effects of a local surface sedimentary structure, a deep Alpine sediment-filled valley beneath the city of Grenoble, on earthquake ground motion, and to the methodology of such investigation. Earthquake ground motion at the free surface of a 3D realistic model of the valley and its vicinity is simulated by the finite-difference method for a vertical incidence of a plane wave (3D, 2D and 1D simulations for the whole 3D model, selected 2D profiles and 1D models beneath receivers on the profiles) and for 3 positions of a point earthquake source. For quantifying and comparing effects of the local structure on the earthquake ground motion we use amplification factors (ratios of response spectra) between a surface of sediments and incident wave and between surface of sediments and surface of rock. We suggest a methodology of computation and comparison of amplification factors for the case of an earthquake point source. Based on analysis and comparison of the amplification factors we draw conclusions on quantification of the effects of local surface sedimentary structure on the earthquake ground motion based on the numerical simu-

lations.

Key words: earthquake ground motion in sediment-filled valley, numerical simulations, finite-difference method, amplification factor

Predhovor

Predikcia budúcich zemetrasení a predpoveď seizmického pohybu na danej lokalite sú hlavnými úlohami seizmológov. Seizmický pohyb na danej lokalite je ovplyvnený tromi faktormi - seizmickým zdrojom, vlastnosťami prostredia medzi seizmickým zdrojom a danou lokalitou a lokálnymi geologickými podmienkami. V prípade, ak sú kľúčovým faktorom lokálne geologické podmienky, seizmický pohyb zemského povrchu môže dosahovať anomálne hodnoty, amplitúdy môžu byť niekoľkonásobne zosilnené a čas trvania silného pohybu sa môže značne predĺžiť. Hovoríme, že dochádza k lokálnym efektom. Často ich pozorujeme na povrchu sedimentárnych bazénov alebo údolí. Práve v takýchto štruktúrach dochádza k interferencii seizmických vĺn a seizmický pohyb sa zosilňuje. Práve z dôvodu vzájomnej rezonancie medzi budovami alebo konštrukciami a geologickou štruktúrou danej lokality môže dochádzať k veľkým škodám. To znamená, že aj zemetrasenie, pri ktorom množstvo uvoľnenej energie nedosahuje veľké hodnoty, môže mať katastrofálny dopad na ľudské životy a na ekonomiku celej krajiny.

Lokálne efekty hrali hlavnú úlohu napríklad pri zemetrasení Loma Prieta (USA, 17. Október 1989, $M_{\mathrm{w}} = 6,9$), Michoacan (Mexiko, 19. September 1985, $M_{\mathrm{w}} = 8,3$), Northridge (Kalifornia-USA, 17. Január 1994, $M_{\mathrm{w}} = 6,7$), Izmit (Turecko, 17. August 1999, $M_{\mathrm{w}} = 7,6$), Kobe (Japonsko, 17. Januára 1995, $M_{\mathrm{w}} = 6,8$). M_{w} označuje momentové magnitúdo.

Práve spomenuté zemetrasenie v Mexiku je jedným z najčastejších príkladov vplyvu lokálnych efektov. Epicentrum zemetrasenia bolo vzdialené 350 km od hlavného mesta Ciudad de México, v ktorom spôsobilo najväčšie škody. V menších vzdialenostiach nevznikli žiadne výrazné škody. V hlavnom meste si vyžiadalo minimálne 10 000 obetí, päťkrát viac ľudí zostalo bez strechy nad hlavou. Zemetrasenie spôsobilo škody za viac ako 4 milióny dolárov. Obrovské škody vznikli z dôvodu, že mesto sa nachádza na povrchu nekonsolidovaných jazerných sedimentov, v ktorých došlo k rezonančnému zosilneniu seizmického pohybu.

Ak vezmeme do úvahy, že veľkomestá sú často postavené na povrchu takýchto sedimentárnych bazénov a fakt, že hustota osídlenia rastie, čo znamená, že viac populácie sa nachádza v seizmogénnych oblastiach, je zrejmé, že seizmické ohrozenie a seizmický riziko rastie. Preto skúmanie a zlepšovanie vedomostí o oblastiach náchylných na lokálne efekty môže prispieť k vhodnejšiemu projektovaniu stavieb a zvyšovaní ich odolnosti. Týka sa to jednak obytných stavieb jednak stavieb, ktorých poškodenie alebo zničenie by malo dosah na celú krajinu - príkladom sú jadrové elektrárne, veľké vodné nádrže.

Hlavnou úlohou inžinierskej seizmológie je zabezpečiť, aby navrhnuté stavby odolali určitej miere seizmického ohrozenia. Analýza seizmického ohrozenia záujmovej lokality nie je jednoduchá. Najmä, ak na lokalite nie sú k dispozícii záznamy seizmických pohybov a naviac je zrejmé, že treba zohľadniť potenciálne veľký vplyv lokálnych podmienok. Absenciu dát možno a treba kompenzovať teoretickým prístupom a pokiaľ je to možné najmä numerickými simuláciami seizmického pohybu pre dostatočne realistický model lokality. Kľúčovým pre použitie výsledkov numerických simulácií je však presnosť štrukturálneho modelu. V praxi je temer nemožné zistiť detailný štrukturálny model. V takej situácii je zásadné identifikovať kľúčové faktory lokality, ktoré môžu mať dominantnú úlohu vo formovaní anomálneho seizmického pohybu. Identifikácia takýchto faktorov a zmysluplné využitie potenciálu numerických simulácií je cieľom projektu SIGMA, ktorý je organizovaný konzorciom EDF, CEA, AREVA a ENEL. Projektu sa zúčastňujú aj slovenskí seizmológovia. Prof. Moczo je členom vedeckého výboru projektu a tím na FMFI UK rieši vybrané úlohy projektu v rámci kontraktu medzi FMFI a EDF. Táto diplomová práca je súčasťou úsilia tímu o kvantifikáciu a charakterizáciu vplyvu lokálnej sedimentárnej štruktúry na seizmický pohyb.

Obsah

Úvod

Seizmický pohyb pre vybrané realistické modely lokálnych povrchových štruktúr je veľmi komplikovaným procesom, analytické metódy neposkytujú riešenie takéhoto problému. Jedine približné numerické metódy sú schopné popísať šírenie seizmických vĺn v dostatočne realistických modeloch sedimentárnych údolí. Preto boli v posledných desaťročiach vyvinuté mnohé numerické metódy. Jednou z najpoužívanejších metód je metóda konečných diferencií, ktorá sa vyznačuje veľmi dobrou rovnováhou presnosti a výpočtovej efektívnosti a je dobre aplikovateľná na zložité modely. V seizmológii je veľmi užitočné vedieť, aký seizmický pohyb je možné očakávať na určitej významnej lokalite. Predikcia seizmického pohybu umožňuje projektovanie kvalitnejších a odolnejších stavieb a teda pomáha znižovať škody spôsobené zemetraseniami.

V kapitole 1 je zhrnutý stručný prehľad metód numerického modelovania seizmického pohybu. V kapitole je tiež uvedený prehľad používaných charakteristík seizmického pohybu, ktoré popisujú seizmické ohrozenie. Posledná časť kapitoly stručne charakterizuje hlavný cieľ projektu SIGMA.

V kapitole 2 sú formulované ciele diplomovej práce.

Kapitola 3 je venovaná metódam riešenia formulovaných cieľov. Uvedený je popis metódy konečných diferencií, ktorú sme použili na simulovanie seizmického pohybu. V ďalšej časti tejto kapitoly je popísané odvodenie prenosových funkcií a amplifikačného faktora AF voľný povrch vs dopadajúca rovinná vlna pre 3D, 2D a 1D modelovanie v prípade vertikálneho dopadu rovinnej vlny, definovaného štandardným postupom. V kapitole sa tiež nachádza návrh a metodický postup odvodenia novo definovaného amplifikačného faktora $\widetilde{AF}$ voľný povrch sedimentov vs skalné podložie pre 3D modelovanie v prípade rôznej excitácie vlnového poľa (vertikálny dopad rovinnej vlny a bodový zdroj). Parametre výberu 27 reálnych akcelerogramov, ktoré sú použité na výpočet priemerných amplifikačných faktorov, sú uvedené v poslednej časti kapitoly.

V kapitole 4 je popísaná lokalita mesta Grenoble a tvar údolia pod mestom. V časti výpočtový model je popísaná geometria modelu, mechanické parametre, spôsoby excitácie vlnového poľa, pre ktoré boli simulácie uskutočnené, časovo-priestorová sieť (pre 3D, 2D a 1D model) a výber teoretických prijímačov.

Kapitola 5 je venovaná výsledkom vykonaných numerických simulácií pre 3D, 2D a 1D modelovanie seizmického pohybu v prípade vertikálneho dopadu rovinnej vlny a pre 3D modelovanie seizmického pohybu v prípade excitácie vlnového poľa bodovým zdrojom.

V rámci kapitoly 6 sú uvedené výsledky analýzy vypočítaných amplifikačných faktorov. Uvedené sú štandardne vypočítané amplifikačné faktory v prípade dopadu rovinnej vlny, porovnanie priemerných amplifikačných faktorov pre 3D, 2D a 1D modelovanie v prípade dopadu rovinnej vlny. Kapitola obsahuje porovnanie priemerných amplifikačných faktorov $\overline{AF}$ a $\overline{\widetilde{AF}}$ pre 3D modelovanie v prípade dopadu rovinnej vlny. V kapitole sa nachádza porovnanie amplifikačných faktorov $\overline{\widetilde{AF}}$ pre 3D modelovanie s rôznou excitáciou vlnového poľa v prípade troch zvolených referenčných prijímačov umiestnených na prislúchajúcich profiloch a v prípade zvoleného jedného referenčného prijímača.

V poslednej kapitole 7 sú zhrnuté závery diplomovej práce.

Kapitola 1

Súčasný stav problematiky

1.1 Metódy numerického modelovania seizmického pohybu

Pomocou analytických metód nie je možné modelovať šírenie seizmických vĺn v reálnych modeloch lokálnych geologických štruktúr. Dôvodom je zložitosť tohto problému. Iba približné výpočtové metódy sú schopné zohľadniť geometrickú a reologickú komplexnosť dostatočne realistických modelov. Najdôležitejšie vlastnosti všetkých metód sú presnosť a efektívnosť výpočtu z hľadiska počítačovej pamäte a výpočtového času. No vo väčšine prípadov sú tieto dve vlastnosti navzájom protichodné. Metódy na modelovanie seizmického pohybu môžeme rozdeliť do troch skupín - hraničné metódy, doménové metódy, hybridné metódy. Hraničné metódy sú síce presnejšie ako doménové metódy, no nie sú efektívne v prípade aplikácie na komplexné modely. Práve kombinácia presnosti a výpočtovej efektívnosti prispieva k dominancii doménových metód nie len v modelovaní seizmického pohybu ale aj v inverziách vlnového poľa. Hybridné metódy sú dôležité, pretože kombináciou dvoch metód sme schopní prekonať obmedzenia jednotlivých metód. Prehľad hraničných a hybridných metód možno nájsť v Bouchon a Sánchez-Sesma (2007).

V posledných desaťročiach boli vyvinuté rozličné numerické metódy, ktoré sa používajú na simulovanie seizmického pohybu. Najznámejšie sú metóda konečných diferencií, metóda konečných prvkov, Fourierova metóda pseudospektrálnych prvkov, metóda spektrálnych prvkov a ADER-DG metóda (Arbitrary high order DERivative - Discontinuous Galerkin method). Podrobne popísanú metódu konečných prvkov a jej aplikácie možno nájsť napr. v Strang a Fix (1988), Zienkiewicz a Taylor (1989) a Ottosen a Petersson (1992). Fourierovej metóde pseudospektrálnych prvkov sa venujú práce, napr. Kreiss a Oliger (1972), Vuan et al. (2011) a Klin et al. (2010). Metóda spektrálnych prvkov pre seizmologické aplikácie je dobre opísaná v prehľadnej kapitole Chaljub et al. (2007). Výpočtovým aspektom metódy spektrálnych prvkov je venovaná napr. práca Komatitsch et al. (2010). ADER-DG metóda je rozpracovaná v prácach Dumbsera, Käsera a ich kolegov, napr. Käser a Dumbser (2006), Dumbser a Käser (2006) a Käser et al. (2007), de la Puente et al. (2007), Dumbser et al. (2007). Tak, ako aj rôzne teoretické analýzy, aj numerické simulácie potvrdzujú, že žiadna z týchto doménových metód nemôže byť považovaná za všeobecne najvhodnejšiu metódu, z hľadiska presnosti a výpočtovej efektívnosti, pre všetky konfigurácie vlnového poľa. Každá z metód má výhody aj nevýhody, ktoré často závisia od konkrétnej aplikácie.

Porovnávacie experimenty SCEC (Southern California Earthquake Center), numerický experiment ESG 2006 (Effects of Surface Geology) a E2VP (Euroseistest Verification and Validation Project) potvrdili, že aj napriek rozvíjaniu nových metód, je metóda konečných diferencií dôležitou a nenahraditeľnou metódou spomedzi doménových numerických metód.

SCEC organizovalo validačné projekty zamerané na 3D numerické modelovanie šírenia seizmických vĺn a simulácie dynamickej trhliny. Ich snahou bolo validovať a porovnať použité 3D numerické metódy.

Reálne lokality a realistické modely boli hlavnými záujmami predikčných testov troch medzinárodných sympózií zameraných na efekty lokálnej geológie na seizmický pohyb (ESG) v Odaware, Japonsko (1992), v Yokohame, Japonsko (1998) a v Grenobli, Francúzsko (2006). Sympózium v Grenobli v roku 2006 bolo zamerané na porovnanie úrovne v predikcii seizmického pohybu pomocou rôznych numerických metód.

Projekt E2VP sa sústredil na porovnanie a verifikáciu numerických metód a schopnosti numericky simulovať seizmický pohyb pre špecifické modely štrukturálneho modelu Mygdónskeho bazéna.

Zo všetkých numerických metód v seizmológii je metóda konečných diferencií najpoužívanejšia. Vyznačuje sa najlepšou rovnováhou medzi presnosťou a efektivitou výpočtu, je ľahko programovateľná a výpočtový algoritmus je paralelizovateľný. Metóda je spracovaná napr. v Moczo et al. (2007a,b), Moczo et al. (2014).

1.2 Charakteristiky seizmického pohybu

Seizmické ohrozenie je definované ako pravdepodobnosť výskytu zemetrasenia danej veľkosti na určitom záujmovom mieste v danom čase. Charakteristiky seizmického ohrozenia sú popísané napr. v práci Kramer (1996):

Špičkové zrýchlenie (PGA - peak ground acceleration)

$$PGA\,(x) = Max\,[a\,(x,\,t)] \tag{1.1}$$

kde $[a\,(x,\,t)]$ je akcelerogram. Používa sa napríklad ako charakteristika pre účely stavebnej normy o seizmických zaťaženiach bežných stavebných konštrukcií. No špičkové zrýchlenie neposkytuje informáciu o frekvenčnom obsahu alebo o trvaní seizmického pohybu. Preto na dôkladné charakterizovanie seizmického pohybu musí byť PGA doplnené o ďalšie informácie.

Keďže rýchlosť je menej citlivá na vysoko-frekvenčné zložky seizmického pohybu, špičková rýchlosť (PGV - peak ground velocity) charakterizuje amplitúdy seizmického pohybu na stredných frekvenciách presnejšie ako PGA. Špičkové posunutie (PGD - peak ground displacement) je všeobecne spájané s nízko-frekvenčnými zložkami seizmického pohybu. Kvôli chybám spracovania signálu, napr. v dôsledku filtrovania, integrácie akcelerogramov alebo dlhoperiodického šumu je často obtiažne presne určiť PGD, (Campbell, 1985; Joyner a Boore, 1988). Preto sa používa oveľa zriedkavejšie ako PGA alebo PGV.

Fourierove spektrum udáva frekvenčný obsah signálu. Základnými frekvenčnými charakteristikami sú tiež amplitúdové a fázové spektrum.

Ariasova intenzita (I_a)

$$I_a = \frac{\pi}{2\,g} \int_0^\infty a^2\,(x,\,t)\,\mathrm{d}t \tag{1.2}$$

kde g je gravitačné zrýchlenie a I_a má jednotku rýchlosti, $m\,s^{-1}$.

Trvanie silných pohybov pôdy

$$T\,(x) = t\,(x\,,0.95) - t\,(x\,,0.05) \tag{1.3}$$

kde $t\,(x\,,0.95)$ je posledný a $t\,(x\,,0.05)$ je prvý čas, v ktorom je hodnota zrýchlenia väčšia alebo rovná 5% hodnoty PGA.

Kumulatívna absolútna rýchlosť (CAV - cumulative absolute velocity) je definovaná ako plocha pod krivkou akcelerogramu

$$CAV = \int_{0}^{T_d} \mid a\left(t\right) \mid \mathrm{d}t \tag{1.4}$$

kde T_d je trvanie silných pohybov.

Stredné kvadratické zrýchlenie (RMS - root mean square)

$$RMS\left(x\right) = \sqrt{\frac{0,9}{T\left(x\right)} \int_{0}^{\infty} a^2\left(t,\, x\right) \mathrm{d}t} \tag{1.5}$$

Hodnota spektra odozvy v absolútnom zrýchlení pre danú frekvenciu f a pre zvolený priebeh excitujúceho zrýchlenia je maximálna hodnota zrýchlenia kmitania lineárneho harmonického oscilátora s vlastnou frekvenciou rovnou f excitovaného zvoleným priebehom zrýchlenia. Takéto spektrum odozvy je funkciou frekvencie. Ak uvažujeme tlmený oscilátor, je spektrum odozvy závislé aj od hodnoty parametra útlmu. Používa sa spektrum odozvy v relatívnom posunutí, spektrum odozvy v relatívnej rýchlosti, spektrum odozvy v absolútnom zrýchlení, spektrum odozvy v zdanlivej rýchlosti, spektrum odozvy v zdanlivom zrýchlení. Najčastejšie sa používa spektrum odozvy v zdanlivom zrýchlení.

Seizmické ohrozenie počítame pre konkrétne miesto. Mieru vplyvu lokálnych podmienok na seizmický pohyb môžeme charakterizovať napr. amplifikačným faktorom. Amplifikačný faktor je definovaný ako pomer spektra odozvy signálu na danom mieste ku spektru odozvy vstupného alebo referenčného signálu.

1.3 Projekt SIGMA

SIGMA (Seismic Ground Motion Assessment) je výskumný a vývojový projekt na charakterizáciu seizmického pohybu vo Francúzsku a v jeho okolí. Projekt je organizovaný konzorciom EDF (Électricité de France), CEA (Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives, France), AREVA a ENEL (Ente Nazionale per l'energia ELettrica). Hlavným cieľom projektu je získať robustnú a stabilnú metódu odhadu seizmického ohrozenia. Zlepšená charakterizácia a stabilnejší odhad neistôt môže predstavovať základ pre aktualizáciu smerníc a predpisov. Projekt je rozdelený do piatich pracovných skupín (WP - Work Package). WP1 - zlepšiť vedomosti v oblasti seizmických zdrojov, WP2 - zlepšiť predikciu seizmického pohybu, WP3 - zlepšiť reprezentáciu lokálnych podmienok (lokálne efekty), WP3 - zlepšiť modely seizmického ohrozenia, WP4 - zlepšiť charakterizáciu seizmického pohybu.

Hlavným cieľom pracovnej skupiny WP3, ktorú vedie Fabrice Hollender (CEA) a Déborah Sicilia (EDF), je vyvinúť metódy schopné zohľadniť špecifické faktory lokálnej štruktúry, ktoré majú dominantný vplyv na seizmický pohyb, a implementovať tieto metódy do analýzy seizmického ohrozenia.

Z tohto dôvodu sa v práci venujeme návrhu kvantitatívnych charakteristík seizmického pohybu, ktoré zahŕňajú lokálne podmienky.

Kapitola 2

Ciele diplomovej práce

- Návrh kvantitatívnych charakteristík numericky simulovaného seizmického pohybu.
- Vykonanie 3D, 2D a 1D numerických simulácií seizmického pohybu v modeli sedimentárneho údolia pod mestom Grenoble metódou konečných diferencií v prípade dopadu rovinnej vlny.
- Vykonanie 3D numerických simulácií seizmického pohybu v modeli sedimentárneho údolia pod mestom Grenoble metódou konečných diferencií v prípade bodového zdroja.
- Výpočet amplifikačných faktorov voľný povrch vs dopadajúca rovinná vlna a voľný povrch vs skalný povrch.
- Porovnanie amplifikačných faktorov vypočítaných pomocou 3D modelovania s amplifikačnými faktormi vypočítanými pomocou 2D a 1D modelovania v prípade dopadu rovinnej vlny.
- Porovnanie amplifikačných faktorov vypočítaných pomocou 3D modelovania v prípade dopadu rovinnej vlny a v prípade bodového zdroja.

Kapitola 3

Metódy riešenia cieľov

Pri spracovaní textu tejto kapitoly sme vychádzali z prác Moczo et al. (2014), Kristek et al. (2006), Moczo et al. (2007b) a Moczo et al. (2013). V nasledujúcej podkapitole popíšeme metódu konečných diferencií, ktorú sme použili v práci na simulovanie seizmického pohybu. Keďže popis samotnej metódy nie je jedným z cieľov tejto práce, opisu je venovaný len priestor nutný na patričné uvedenie do problematiky. Budeme sa venovať výpočtovej oblasti a sieti, modelu prostredia a riadiacej rovnici, ďalej popíšeme diskrétnu reprezentáciu prostredia. Priblížime spôsob modelovania rovinného voľného povrchu a neodrážajúcich hraníc. V krátkosti spomenieme dva spôsoby excitácie vlnového poľa, ktoré sme v práci využívali. V Nasledujúcej podkapitole odvodíme výpočet prenosových funkcií prostredia a amplifikačných faktorov pre voľný povrch vs dopadajúca rovinná vlna. Odvodenie vykonáme pre 3D, 2D a 1D modelovanie. Odvodíme amplifikačné faktory a maticu spektrálnych pomerov, ktorá dáva do súvisu seizmický pohyb na skalnom podloží a na povrchu sedimentov, v prípade dopadu rovinnej vlny a v prípade excitácie vlnového poľa pomocou bodového zdroja. V poslednej časti kapitoly sa budeme venovať výberu 27 zaznamenaných akcelerogramov na voľnom povrchu, ktoré budeme používať pri výpočtoch.

3.1 Numerické simulácie seizmického pohybu

Zo všetkých spomínaných metód sme na účely tejto práce použili metódu konečných diferencií. Metóda umožňuje simulovanie dopadu rovinnej vlny a tiež excitáciu vlnového poľa pomocou bodového zdroja. Je dôležite spomenúť, že pojem konečno-diferenčná metóda môže reprezentovať jednu schému z veľkého počtu rôznych konečno-diferenčných schém. Schémy sa od seba môžu líšiť v rôznych metodických aspektoch. Numerické výsledky získané rozdielnymi schémami sa môžu líšiť výrazne v presnosti a v efektívnosti výpočtu.

Numerická metóda. Numerické simulácie seizmického pohybu boli uskutočnené pomocou jazyka Fortran95 a počítačového kódu FDSim3D. Výpočtový algoritmus je založený na (2,4) formulácii v rýchlosti a napätí, striedavo usporiadanej, konečno-diferenčnej, explicitnej, heterogénnej schéme na karteziánskej nespojitej priestorovej sieti. (2,4) znamená presnosť druhého rádu v čase a štvrtého rádu v priestore. V konečno-diferenčnej metóde je prostredie aj vlnové pole reprezentované hodnotami na diskrétnej, priestorovo - časovej sieti. Explicitná schéma, ktorá aktualizuje rýchlosť posunutia a vektor posunutia je získaná diskrétnou aproximáciou pohybovej rovnice a lineárneho vzťahu napätia a deformácie, Hookeovým zákonom. Hookeov zákon je formulovaný pomocou vektoru rýchlosti a tenzoru napätia.

V ďalších častiach popíšeme numerické metódy pre 3D simuláciu. Kódy pre 2D a 1D simulácie boli odvodené priamo z kódu pre 3D simulácie.

Výpočtová oblasť a sieť. Výpočtovou oblasťou bol pravidelný rovnobežnosten. Jeho vrchná horizontálna podstava reprezentuje rovný, voľný povrch. Štyri vertikálne steny a spodná základňa predstavujú transparentné hranice alebo hranice s predpísanými hraničnými podmienkami pre rýchlosť.

V numerických simuláciách pre povrchové heterogénne štruktúry je často možné použiť redšiu sieť so sieťovým krokom H v spodnej časti výpočtovej oblasti, kde je rýchlosť šírenia vĺn väčšia ako v hornej časti modelu, v ktorej je použitá jemnejšia priestorová sieť. Vo vrchnej časti modelu je použitý sieťový krok h a teda platí $h < H$. Použitie práve takejto kombinovanej priestorovej siete je dôležité, pretože významne redukuje potreby výpočtovej pamäte a výpočtového času. Výsledný počet sieťových bodov tak môže byť značne menší ako v prípade uniformnej siete, ktorej priestorový krok je konštantný v celej oblasti.

Kvôli striedavo usporiadanej sieti musí byť pomer priestorového sieťového kroku v redšej a v jemnejšej sieti nepárne číslo. V závislosti od modelu prostredia je možné zvoliť pomer 1:1 (uniformná sieť) alebo 1:3, 1:5, ... pre nespojitú sieť. Viac detailov možno nájsť v práci Kristek et al. (2010).

Model prostredia a riadiaca rovnica. Reálny model útlmu je jedným z kľúčových aspektov numerického modelovania seizmického pohybu a šírenia seizmických vĺn, najmä v povrchových sedimentárnych štruktúrach.
Reálne prostredie je aproximované lineárnym viskoelastickým prostredím. Viskoelasticita je popísaná reológiou generalizovaného Maxwellovho telesa (GMB-EK) podľa definície Emmerich a Korn (1987). Je dôležité uvedomiť si, že GMB-EK je ekvivalentom ku generalizovanému Zenerovmu telesu (GZB). Konkrétne sa predpokladá, že jedna časť zapojenia GMB-EK/GZB popisuje viskoelastický objemový modul a ostatné časti predstavujú viskoelastický strižný modul. Dôvodom použitia GMB-EK/GZB je možnosť aproximovať ľubovoľný $Q(\omega)$ - zákon s voliteľnou presnosťou.
Pohybová rovnica má tvar

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} v_i = \frac{\partial}{\partial j} \sigma_{ij} + f_i \tag{3.1}$$

Hookeov zákon

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\sigma_{ij} &= \kappa \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{kk}\, \delta_{ij} + 2\,\mu \left(\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{kk}\, \delta_{ij} \right) \\ &- \sum_{l=1}^{n} \left[Y_l^{\kappa}\, \kappa\, \xi_l^{kk}\, \delta_{ij} + 2\, Y_l^{\mu}\, \mu \left(\xi_l^{ij} - \tfrac{1}{3}\, \xi_l^{kk}\, \delta_{ij} \right) \right] \end{aligned} \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \xi_l^{ij}(t) + \omega_l\, \xi_l^{ij} = \omega_l \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{ij}(t) \quad , \quad l = 1, \ldots, n \tag{3.3}$$

V karteziánskej súradnicovej sústave (x_1, x_2, x_3), $\rho\,(x_i)$; $i \in \{1, 2, 3\}$ je hustota.
$\kappa\,(x_i)$ a $\mu\,(x_i)$ je nerelaxovaný (elastický) objemový a strižný modul, Y_l^{κ} a Y_l^{μ} sú anelastické koeficienty, $\vec{v}\,(x_i, t)$ vektor rýchlosti, t je čas, $\vec{f}\,(x_i, t)$ je objemová sila na jednotkový objem, $\sigma_{ij}\,(x_k, t)$ a $\varepsilon_{ij}\,(x_k, t)$; $i, j, k \in \{1, 2, 3\}$ je tenzor napätia a tenzor deformácie, ξ_l^{ij} je materiálovo nezávislá anelastická funkcia (pamäťová premenná) a ω_l sú relaxačné kruhové frekvencie. Sumačná konvencia sa na index l neuplatňuje.
Pre jednoduchosť uvažujme viskoelastický modul $M\,(\omega)$. Útlm zodpovedajúci $M\,(\omega)$ je daný vzťahom

$$\frac{1}{Q(\omega)} = \frac{M_{imag}(\omega)}{M_{real}(\omega)} = \frac{\sum_{l=1}^{n} Y_l \frac{\omega_l \, \omega}{\omega_l^2 + \omega^2}}{1 - \sum_{l=1}^{n} Y_l \frac{\omega_l^2}{\omega_l^2 + \omega^2}} \tag{3.4}$$

ktorý môžeme prepísať na

$$Q^{-1}(\omega) = \sum_{l=1}^{n} \frac{\omega_l \, \omega + \omega_l^2 Q^{-1}(\omega)}{\omega_l^2 + \omega^2} \, Y_l \tag{3.5}$$

Ďalej predpokladajme, že poznáme hodnoty $Q(\omega)$ pre celý interval záujmových frekvencií. Hodnoty sú buď namerané alebo odhadnuté. Môžeme určiť počet a hodnoty frekvencií ω_l tak, aby rozumne pokrývali celý interval záujmových frekvencií, pričom frekvencie ω_l sú rovnaké pre celú výpočtovú oblasť. Ak budeme uvažovať napríklad Q hodnôt na frekvenciách $\tilde{\omega_k}$ a systém rovníc (3.5), dostaneme jednu rovnicu pre každý $Q(\tilde{\omega_k})$. Systém rovníc pre anelastické koeficienty Y_l vyriešime pomocou metódy najmenších štvorcov, ktorou dostaneme systém n rovníc o n neznámych anelastických koeficientoch. Ďalšie podrobnosti a precíznejšie odvodenie možno nájsť v Moczo et al. (2014).

Diskrétna reprezentácia prostredia. Model zemského vnútra a povrchové štruktúry zahŕňajú vrstvy rôznych materiálov. Na ich kontakte, materiálovom rozhraní, je materiál nespojitý a hraničnými podmienkami sú spojitosť posunutia (alebo vektoru rýchlosti) a spojitosť vektoru napätia. Jeden spôsob ako uplatniť konečno-diferenčnú metódu je použiť konečno-diferenčnú schému pre jemne heterogénne prostredie v sieťových bodoch mimo diskontinuity. Druhým spôsobom je použitie konečno-diferenčnej schémy získanej vhodným zahrnutím hraničných podmienok v sieťových bodoch na rozhraní alebo v blízkosti rozhrania. Takýto prístup sa nazýva homogénny.

Homogénna konečno-diferenčná schéma je špecifická pre konkrétny problém. Keďže je realizovateľná pre jednoduchú geometriu rozhrania, v prípade zakriveného rozhrania je jej aplikácia zložitá, teda homogénna konečno-diferenčná schéma je považovaná za nepraktickú. Navyše, stabilná a dostatočne presná konečno-diferenčná aproximácia hraničných podmienok nie je triviálnym problémom.

Naopak, v prípade heterogénneho prístupu je použitá iba jedna, konečno-diferenčná schéma pre všetky vnútorné body, okrem bodov ležiacich na hranici siete, nezávisle od ich polohy vzhľadom na materiálové rozhranie. Prítomnosť rozhrania je zahrnutá iba hodnotami efektívnych materiálových parametrov priradených k sieťovému bodu. Heterogénny prístup je prevládajúcim spôsobom ako zahrnúť spojitú a nespojitú heterogenitu prostredia.

Simulovanie rovinného voľného povrchu. Keďže v atmosfére sa negenerujú napätia, vákuum môže dostatočne dobre aproximovať reálnu atmosféru a Zemský povrch môžeme považovať za voľný povrch. Aby boli zachované hraničné podmienky, na povrchu Zeme musí platiť podmienka voľného povrchu

$$\vec{T}\left(\vec{n}\right) = 0 \tag{3.6}$$

z ktorej vyplýva

$$\sigma_{ij} n_j = 0 \tag{3.7}$$

$\vec{T}\left(\vec{n}\right)$ je vektor napätia na povrchu plochy S s normálovým vektorom $\vec{n}$. Vďaka podmienke voľného povrchu zostáva spojitosť napätia na rozhraní zachovaná. Pre rovinný povrch S kolmý na os z, $\vec{n} = (0, 0, -1)$ prepíšeme podmienku (3.7) do tvaru

$$\sigma_{iz} n_j = 0 \quad , \quad i \in \{x, y, z\} \tag{3.8}$$

ktorý má jednoduchšiu implementáciu do konečno - diferenčnej schémy.

V prípade striedavo usporiadanej siete sa hodnota napätia nachádza vo vnútri prostredia, vo vzdialenosti polovice sieťového kroku od voľného povrchu. Na porovnanie, v prípade pravidelne usporiadanej siete, je napätie definované aj na voľnom povrchu.

Dané sú dva prístupy, ktorými je možné vypočítať vektor rýchlosti na voľnom povrchu a vektor rýchlosti a napätie vnútri prostredia blízko voľného povrchu. Prvý prístup: použijeme rovnakú konečno-diferenčnú schému ako pre vnútorné sieťové body a mimo prostredia predpokladáme virtuálne hodnoty napätia, vektoru rýchlosti a materiálových parametrov. Druhý prístup: použijeme jednostrannú schému, ktorá nevyžaduje virtuálne hodnoty mimo prostredia.

Výhodou prvého prístupu je použitie jednej a tej istej schémy v každom sieťovom bode. Nevýhodou je potreba rozumne definovať virtuálne hodnoty mimo prostredia.

Nevýhodou druhého prístupu je aplikácia rozdielnych schém pre rôzne sieťové body vo vnútri prostredia v blízkosti voľného povrchu, počet sieťových bodov závisí od schémy a od rádu presnosti aproximácie.

Medzi prvý prístup patrí metóda antisymetrického zobrazenia (imaging method). Levander (1988) zaviedol najpoužívanejšiu metódu na simulovanie rovinného voľného povrchu pomocou formulácie v rýchlosti a napätí, striedavo usporiadanej, konečno-diferenčnej schémy, metódu antisymetrického zobrazenia napätia (stress imaging method). Navrhol použitie virtuálnych hodnôt zložiek tenzoru napätia nad voľným povrchom, čím splnil podmienku antisymetrie pre zložky tenzoru napätia nad voľným povrchom. Rodrigues (1993) a Kristek et al. (2002) ukázali, že priestorové vzorkovanie použité vo vnútri prostredia je nedostatočné, pri šírení Rayleighových vĺn dochádzalo k sieťovej disperzii. Následne Rodrigues (1993) skombinoval metódu antisymetrického zobrazenia napätia s vertikálne zjemnenou sieťou v blízkosti povrchu. Avšak nevýhodou prístupu je trikrát menší časový krok, ktorý je použitý pre celú sieť.

Druhý prístup formulovali Kristek et al. (2002) a Moczo et al. (2004). Vyvinuli schému štvrtého rádu v presnosti s adjustovanou konečno-diferenčnou aproximáciou (AFDA) a demonštrovali jej lepšiu presnosť v porovnaní s metódu antisymetrického zobrazenia napätia. Voľný povrch s nulovým napätím je simulovaný bez uvažovania zložiek napätia nad voľným povrchom.

Viac detailov o simulovaní rovinného voľného povrchu a podrobnejší popis možno nájsť v Kristek et al. (2002). Porovnanie prístupov a schémy pre voľný povrch sa nachádzajú tiež v práci Kristek (2001).

Simulovanie neodrážajúcich hraníc. Metóda PML (PML - perfectly matched layer) je pravdepodobne najefektívnejšou metódou, ktorá zabraňuje odrazom seizmických vĺn späť do výpočtovej oblasti od umelo vytvorených hraníc výpočtovej oblasti, teda hraníc diskrétnej priestorovej siete.

Boli vyvinuté rôzne formulácie PML vrstvy, rozdelená, nerozdelená (split, unsplit), klasická a konvolučná. Výhodou nerozdelenej formulácie je, že nevyžaduje rozklad zložiek vektora rýchlosti a zložiek tenzoru napätia. V prípade split formulácie sa každá zložka vektoru rýchlosti a tenzoru napätia rozkladá na časť rovnobežnú s hranicou a na časť ktorá je kolmá na hranicu. A teda počet nezávislých premenných nerastie. Na simulácie pre našu prácu bola použitá nerozdelená formulácia, ktorej teória je popísaná v Kristek et al. (2009). Vývoj metódy PML a jej použitie v numerickom modelovaní je uvedené napr. v Komatitsch a Martin (2007) a Martin a Komatitsch (2007).

Excitácia vlnového poľa. V diplomovej práci sme použili dve možné excitácie vlnového poľa:

- vertikálnym dopadom rovinnej vlny
- dvojitou dvojicou síl bodového zdroja

V prípade 1D, 2D a tiež 3D simulácií sme vlnové pole excitovali pomocou rovinnej vlny. Vertikálny dopad rovinnej vlny je založený na rozklade vlnového poľa. Totálne vlnové pole je rozložené na vlnové pole vytvorené zdrojom a reziduálne vlnové pole. Rozkladu vlnového poľa sa venujú napr. práce Moczo et al. (2007a,b).

V prípade 3D simulácií bolo zemetrasenie reprezentované dvojitou dvojicou síl bodového zdroja. Aproximácia zlomovej plochy efektívnym bodovým zdrojom je vhodná, ak nás zaujíma vlnové pole v oveľa väčšej vzdialenosti ako je rozmer samotného zlomu. Bodový zdroj môže byť simulovaný zahrnutím objemovej sily do pohybovej rovnice tak, ako uviedol Graves (1996) pre striedavo usporiadanú sieť alebo pridaním inkrementálneho napätia do sieťového bodu, na striedavo usporiadanej sieti, v ktorom je definované napätie, podľa Virieux (1986) a Coutant et al. (1995). V oboch prípadoch je bodový zdroj popísaný časovo závislým moment tenzorom.

3.2 Prenosové funkcie a amplifikačné faktory: voľný povrch vs dopadajúca rovinná vlna

Priamymi výsledkami numerických simulácií sú časové záznamy rýchlosti na vybraných pozíciách prijímačov na voľnom povrchu. Časové záznamy použijeme na výpočet vybraných charakteristík seizmického pohybu. Vybrané charakteristiky budú predmetom týchto základných typov porovnania:

- porovnanie charakteristík získaných 3D modelovaním seizmického pohybu s charakteristikami získanými 2D a 1D modelovaním
- porovnanie charakteristík získaných 3D modelovaním seizmického pohybu použitím dvoch rozdielnych spôsobov excitácie vlnového poľa

Vybranou charakteristikou seizmického pohybu je amplifikačný faktor. Udáva, koľkokrát sa zosilní alebo zoslabí seizmický pohyb na danej frekvencii v závislosti od lokálnych vlastností prostredia. Amplifikačný faktor je definovaný ako pomer spektier odozvy vstupného a výstupného signálu. Spektrum odozvy je pre daný časový priebeh zrýchlenia definované ako závislosť maximálneho zrýchlenia systému nezávislých lineárnych harmonických oscilátorov s jedným stupňom voľnosti od frekvencie, pričom jednotlivé frekvencie sú vlastnými frekvenciami oscilátorov. Útlm oscilátorov bol pre účely práce zvolený 5%. V práci používame spektrum odozvy v absolútnom zrýchlení. Existuje veľa algoritmov na výpočet spektra odozvy, na účely našej práce sme použili algoritmus Boore (2001). Na to, aby sme mohli určiť spektrum odozvy a teda aj amplifikačný faktor, je nevyhnutné poznať prenosové vlastnosti prostredia. Prenosové vlastnosti prostredia vyjadruje matica prenosových funkcií, vďaka nej vieme určiť odozvu prostredia na ľubovoľný vstupný signál. V nasledujúcich podkapitolách popíšeme ako vypočítať maticu prenosových funkcii a amplifikačný faktor pre 3D, 2D a 1D modelovanie.

3.2.1 3D

Na tomto mieste špecifikujeme súradnicový systém. Vo všetkých modeloch uvažujeme pravotočivú, karteziánsku súradnicovú sústavu. Ten istý súradnicový systém môžeme definovať pre 3D a 1D modelovanie. súradnicový systém :
x - zložka = smer Západ $\rightarrow$ Východ (VZ zložka)
y - zložka = smer Juh $\rightarrow$ Sever (SJ zložka)
z - zložka = vertikálny smer, zdola nahor (HD zložka)
Aby sme získali prenosové vlastnosti záujmového miesta pre vertikálny dopad rovinnej vlny je rozumné predpokladať

$$p_x(t) = p_y(t) = p_z(t) = p(t) \tag{3.9}$$

Forurierove spektrum vstupného signálu označíme $\mathcal{F}p(f)$.

Časovo závislá pseudoimpulzná odozva na vertikálne dopadajúcu rovinnú vlnu polarizovanú v smere osi x je označená $r_{xx}(t)$, $r_{xy}(t)$ a $r_{xz}(t)$, druhý index označuje zložku odozvy. Rovinnej vlne polarizovanej v smere osi y prislúchajú pseudoimpulzné odozvy $r_{yx}(t)$, $r_{yy}(t)$, $r_{yz}(t)$ a polarizovanej v smere osi z $r_{zx}(t)$, $r_{zy}(t)$ a $r_{zz}(t)$. Fourierove spektrum časovo závislej odozvy $r_{\xi\eta}(t)$ označíme $\mathcal{F}r_{\xi\eta}(f)$.

Pomocou vypočítaných Fourierovych spektier pre všetky časovo závislé odozvy vieme napísať maticu Fourierovych prenosových funkcií

(Fourier transfer function - FTF) ako

$$\begin{bmatrix} \mathcal{FTF}_{xx}(f) & \mathcal{FTF}_{yx}(f) & \mathcal{FTF}_{zx}(f) \\ \mathcal{FTF}_{xy}(f) & \mathcal{FTF}_{yy}(f) & \mathcal{FTF}_{zy}(f) \\ \mathcal{FTF}_{xz}(f) & \mathcal{FTF}_{yz}(f) & \mathcal{FTF}_{zz}(f) \end{bmatrix} = \frac{1}{\mathcal{F}p(f)} \begin{bmatrix} \mathcal{F}r_{xx}(f) & \mathcal{F}r_{yx}(f) & \mathcal{F}r_{zx}(f) \\ \mathcal{F}r_{xy}(f) & \mathcal{F}r_{yy}(f) & \mathcal{F}r_{zy}(f) \\ \mathcal{F}r_{xz}(f) & \mathcal{F}r_{yz}(f) & \mathcal{F}r_{zz}(f) \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Zložky i-teho z n vybraných akcelerogramov, časovo závislých záznamov zrýchlenia, označíme $a_{x,i}(t)$, $a_{y,i}(t)$ a $a_{z,i}(t)$. Fourierove spektrum $a_{\xi,i}(t)$ označíme $\mathcal{F}a_{\xi,i}(f)$. Ak budeme predpokladať dopad rovinnej vlny so zložkami $a_{x,i}(t)$, $a_{y,i}(t)$ a $a_{z,i}(t)$, zložky zrýchlenia na vybranej lokalite (časovo závislá odozva na vybranej lokalite na vstupný záznam akcelerogramu) označíme $s_{x,i}(t)$, $s_{y,i}(t)$ a $s_{z,i}(t)$. Vypočítame ich vzťahom

$$\begin{pmatrix} s_{x,i}(t) \\ s_{y,i}(t) \\ s_{z,i}(t) \end{pmatrix} = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \mathcal{FTF}_{xx}(f) & \mathcal{FTF}_{yx}(f) & \mathcal{FTF}_{zx}(f) \\ \mathcal{FTF}_{xy}(f) & \mathcal{FTF}_{yy}(f) & \mathcal{FTF}_{zy}(f) \\ \mathcal{FTF}_{xz}(f) & \mathcal{FTF}_{yz}(f) & \mathcal{FTF}_{zz}(f) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{F}a_{x,i}(f) \\ \mathcal{F}a_{y,i}(f) \\ \mathcal{F}a_{z,i}(f) \end{pmatrix} \right\} \tag{3.11}$$

kde $\mathcal{F}^{-1}$ označuje Fourierovu transformáciu.

Spektrum odozvy $s_{\xi,i}(t)$ označíme $\mathcal{R}s_{\xi,i}(f)$. Amplifikačný faktor pre ξ - zložku vyjadríme vzťahom

$$AF_{\xi,i}(f) = \frac{\mathcal{R}\, s_{\xi,i}(f)}{\mathcal{R}\, a_{\xi,i}(f)} \tag{3.12}$$

Amplifikačný faktor pre horizontálnu zložku určíme podľa vzťahu

$$AF_{h,i}(f) = \sqrt{\frac{\mathcal{R}\, s_{x,i}(f)\ \mathcal{R}\, s_{y,i}(f)}{\mathcal{R}\, a_{x,i}(f)\ \mathcal{R}\, a_{y,i}(f)}} \tag{3.13}$$

Priemerný amplifikačný faktor pre n vstupných akcelerogramov pre ξ - zložku vyjadríme vzťahom

$$\overline{AF_{\xi}(f)} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} AF_{\xi,i}(f)} \tag{3.14}$$

kde $\xi \in \{x, y, z, h\}$. Štandardnú odchýlku σ vypočítame nasledovným vzťahom

$$\sigma_{\log AF} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left[\log AF_{\xi,i}(f) - \log \overline{AF_{\xi}}(f)\right]^2}}{n-1} \tag{3.15}$$

Charakteristiky seizmického pohybu na vybranej lokalite sú zhrnuté v tabuľkách 3.1 a 3.2. Tabuľky sme prebrali z Moczo et al. (2013).

3.2.2 2D

Keďže vybrané 2D profily sa nezhodujú s VZ a SJ smermi definovanými pre 3D a 1D modelovanie, musíme popísať lokálny súradnicový systém. Jediná z - zložka je zhodná vo všetkých súradnicových systémoch definovaných pre 3D, 2D a 1D modelovanie.
x' - zložka = smer v rovine profilu
y' - zložka = smer kolmý na profil
z - zložka = vertikálny smer, zdola nahor
Uhol medzi osou x a lokálnou osou x' označíme ϕ.

V lokálnom súradnicovom systéme, v ktorom uvažujeme vertikálny dopad rovinnej vlny, x' označuje SV vlnu, y' SH vlnu a z označuje P vlnu. Vzťah (3.9) prepíšeme do tvaru

$$p_{x'}(t) = p_{y'}(t) = p_{z}(t) = p(t) \tag{3.16}$$

V 2D modelovaní vlnové pole SH vlny neinteraguje s vlnovým poľom P-SV, teda vlnové polia sú nezávislé. Z toho vyplýva, že vlna polarizovaná v smere osi y' má iba $r_{y'y'}(t)$ zložku časovo závislej pseudoimpulznej odozvy. Pre rovinnú vlnu polarizovanú v smere osi x' môžeme napísať $r_{x'x'}(t)$ a $r_{x'z}(t)$ odozvu a pre rovinnú vlnu polarizovanú v smere osi z odozvy $r_{zx'}(t)$ a $r_{zz}(t)$. Fourierove spektrum časovo závislej odozvy $r_{\xi'\eta'}(t)$ označíme $\mathcal{F}r_{\xi'\eta'}(f)$. Vyrátaním Fourierovych spektier pre všetky časovo závislé odozvy vyjadríme SH maticu Fourierovych prenosových funkcií a P-SV maticu Fourierovych prenosových funkcií ako

$$\mathcal{FTF}_{y'y'}(f) = \frac{\mathcal{F}r_{y'y'}(f)}{\mathcal{F}p(f)} \tag{3.17}$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{FTF}_{x'x'}(f) & \mathcal{FTF}_{zx'}(f) \\ \mathcal{FTF}_{x'z}(f) & \mathcal{FTF}_{zz}(f) \end{bmatrix} = \frac{1}{\mathcal{F}p(f)} \begin{bmatrix} \mathcal{F}r_{x'x'}(f) & \mathcal{F}r_{zx'}(f) \\ \mathcal{F}r_{x'z}(f) & \mathcal{F}r_{zz}(f) \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

Zložky i-teho z n vybraných akcelerogramov označíme $a_{x',i}(t)$, $a_{y',i}(t)$ a $a_{z,i}(t)$. Fourierove spektrum $a_{\xi',i}(t)$ označíme $\mathcal{F}a_{\xi',i}(f)$. Potom zložky zrýchlenia na vybranom mieste dostaneme ako

$$s_{y',i}(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}a_{y',i}(f)\ \ \mathcal{FTF}_{y'y'}(f)\} \tag{3.19}$$

$$\begin{pmatrix} s_{x',i}(t) \\ s_{z,i}(t) \end{pmatrix} = \mathcal{F}^{-1}\left\{\begin{bmatrix} \mathcal{FTF}_{x'x'}(f) & \mathcal{FTF}_{zx'}(f) \\ \mathcal{FTF}_{x'z}(f) & \mathcal{FTF}_{zz}(f) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{F}a_{x',i}(f) \\ \mathcal{F}a_{z,i}(f) \end{pmatrix}\right\} \tag{3.20}$$

Rotované zložky zrýchlenia na vybranom mieste vyjadríme vzťahom

$$\begin{pmatrix} s_{x,i}(t) \\ s_{y,i}(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} s_{x',i}(t) \\ s_{y',i}(t) \end{pmatrix} \tag{3.21}$$

Uhol ϕ je uhol medzi osou x a osou x'. So získaných zrýchlení pre danú lokalitu vieme určiť amplifikačné faktory a priemerné amplifikačné faktory rovnako ako v prípade 3D. Charakteristiky seizmického pohybu pre 2D problém na vybranej lokalite sú zhrnuté v tabuľkách 3.3 a 3.4. Tabuľky sme prebrali z Moczo et al. (2013).

3.2.3 1D

Ako sme už naznačili v predchádzajúcej časti, súradnicový systém pre 1D modelovanie je totožný s 3D. Vzťah 3.9 môžeme upraviť na vzťah

$$p(t) = p_h(t) = p_z(t) \tag{3.22}$$

kde h označuje horizontálnu zložku S vlny. Ktorákoľvek z x, y a z zložky označuje P vlnu. K rovinnej vlne polarizovanej v smere h prislúcha časovo závislá pseudoimpulzná odozva $r_h(t)$, k rovinnej vlne polarizovanej v smere z prislúcha časovo závislá pseudoimpulzná odozva $r_z(t)$. Fourierove spektrum časovo závislej odozvy $r_\xi(t)$ označíme $\mathcal{F}r_\xi(f)$. Fourierove prenosové funkcie budú mať tvar

$$\mathcal{FTF}_h(f) = \frac{\mathcal{F}r_h(f)}{\mathcal{F}p(f)} \qquad \mathcal{FTF}_z(f) = \frac{\mathcal{F}r_z(f)}{\mathcal{F}p(f)} \tag{3.23}$$

Zložky zrýchlenia na danej lokalite potom vyjadríme nasledovne

$$s_{x,i}(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}a_{x,i}(f)\ \ \mathcal{FTF}_h(f)\} \tag{3.24}$$

$$s_{y,i}(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}a_{y,i}(f)\ \ \mathcal{FTF}_h(f)\} \tag{3.25}$$

$$s_{z,i}(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}a_{z,i}(f)\ \ \mathcal{FTF}_h(f)\} \tag{3.26}$$

Zo zložiek zrýchlenia na danom mieste $s_{x,i}(t)$, $s_{y,i}(t)$ a $s_{z,i}(t)$ vieme určiť amplifikačné faktory a priemerné amplifikačné faktory rovnako v prípade 3D. Charakteristiky seizmického pohybu pre 1D problém na vybranej lokalite sú zhrnuté v tabuľke 3.5. Tabuľky sme prebrali z Moczo et al. (2013).

3D		
charakteristika seizmického pohybu	**skratka a / alebo matematický symbol**	**popis / legenda**
pseudoimpulzný vstupný signál rýchlosti	$p_x(t) = p_y(t) = p_z(t) = p(t)$	uvažujeme vertikálny dopad rovinnej vlny, x, y označujú S vlnu, z označuje P vlnu
Fourierove spektrum pseudoimpulzného vstupného signálu	$\mathcal{F}p(f)$	
časovo závislá pseudoimpulzná odozva	$r_{xx}(t)\ \ r_{yx}(t)\ \ r_{zx}(t)$ $r_{xy}(t)\ \ r_{yy}(t)\ \ r_{zy}(t)$ $r_{xz}(t)\ \ r_{yz}(t)\ \ r_{zz}(t)$	$r_{xy}(t) =$ y-zložka odozvy na $p_x(t)$
Fourierove spektrum pseudoimpulznej odozvy	$\begin{bmatrix} \mathcal{F}r_{xx}(f) & \mathcal{F}r_{yx}(f) & \mathcal{F}r_{zx}(f) \\ \mathcal{F}r_{xy}(f) & \mathcal{F}r_{yy}(f) & \mathcal{F}r_{zy}(f) \\ \mathcal{F}r_{xz}(f) & \mathcal{F}r_{yz}(f) & \mathcal{F}r_{zz}(f) \end{bmatrix}$	
matica Fourierových prenosových funkcií	$\begin{bmatrix} \mathcal{FTF}_{xx}(f) & \mathcal{FTF}_{yx}(f) & \mathcal{FTF}_{zx}(f) \\ \mathcal{FTF}_{xy}(f) & \mathcal{FTF}_{yy}(f) & \mathcal{FTF}_{zy}(f) \\ \mathcal{FTF}_{xz}(f) & \mathcal{FTF}_{yz}(f) & \mathcal{FTF}_{zz}(f) \end{bmatrix}$	$\mathcal{FTF}_{xx}(f) = \dfrac{\mathcal{F}r_{xx}(f)}{\mathcal{F}p(f)}$

Tabuľka 3.1 Prenosové vlastnosti prostredia na vybranej lokalite pre 3D simulácie.

3D		
charakteristika seizmického pohybu	**skratka a / alebo matematický symbol**	**popis / legenda**
vstupný reálny/syntetický akcelerogram	$a_{x,i}(t)$ $a_{y,i}(t)$ $a_{z,i}(t)$	i – poradové číslo i -teho z n akcelerogramov
Fourierove spektrum akcelerogramu	$\mathcal{F}a_{x,i}(f)$ $\mathcal{F}a_{y,i}(f)$ $\mathcal{F}a_{z,i}(f)$	
spektrum odozvy na vstupný akcelerogram	$\mathcal{R}a_{x,i}(f)$ $\mathcal{R}a_{y,i}(f)$ $\mathcal{R}a_{z,i}(f)$	
zrýchlenie na vybranej lokalite (časovo závislá odozva na vstupný akcelerogram)	$s_{x,i}(t)$ $s_{y,i}(t)$ $s_{z,i}(t)$	$s_{x,i}(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}a_{x,i}(f)\,\mathcal{FTF}_{xx}(f)$ $+\mathcal{F}a_{y,i}(f)\,\mathcal{FTF}_{yx}(f)$ $+\mathcal{F}a_{z,i}(f)\,\mathcal{FTF}_{zx}(f)\}$ analogicky pre $s_{y,i}(t), s_{z,i}(t)$
spektrum odozvy na zrýchlenie na vybranej lokalite	$\mathcal{R}s_{x,i}(f)$ $\mathcal{R}s_{y,i}(f)$ $\mathcal{R}s_{z,i}(f)$	
amplifikačné faktory	$AF_{x,i}(f)$ $AF_{y,i}(f)$ $AF_{z,i}(f)$ $AF_{h,i}(f)$	$AF_{x,i}(f) = \dfrac{\mathcal{R}s_{x,i}(f)}{\mathcal{R}a_{x,i}(f)}$ analogicky pre $AF_{y,i}(f), AF_{z,i}(f)$ $AF_{h,i}(f) = \sqrt{\dfrac{\mathcal{R}s_{x,i}(f)\,\mathcal{R}s_{y,i}(f)}{\mathcal{R}a_{x,i}(f)\,\mathcal{R}a_{y,i}(f)}}$ h označuje horizontálnu zložku
priemerný amplifikačný faktor	$\overline{AF_x}(f)$ $\overline{AF_y}(f)$ $\overline{AF_z}(f)$ $\overline{AF_h}(f)$	$\overline{AF_x}(f) = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} AF_{x,i}(f)}$ analogicky pre $\overline{AF_y}(f), \overline{AF_z}(f), \overline{AF_h}(f)$

Tabuľka 3.2 Seizmický pohyb na vybranej lokalite pre 3D simulácie.

2D		
charakteristika seizmického pohybu	**skratka a / alebo matematický symbol**	**popis / legenda**
pseudoimpulzný vstupný signál rýchlosti	$p(t) = p_x(t) = p_y(t) = p_z(t)$	uvažujeme vertikálny dopad rovinnej vlny, x' je označenie pre SV vlnu, y' je označenie pre SH vlnu a z je označenie pre P vlnu
časovo závislá pseudoimpulzná odozva SH P-SV	$r_{y'y'}(t)$ $r_{x'x'}(t) \quad r_{zx'}(t)$ $r_{x'z}(t) \quad r_{zz}(t)$	$r_{y'y'}(t) = r_{\mathrm{SH}}(t)$ $r_{x'z}(t) =$ z -zložka odozvy na $p_{x'}(t)$
Fourierove spektrum pseudoimpulznej odozvy	$\mathcal{F}r_{y'y'}(f)$ $\begin{bmatrix} \mathcal{F}r_{x'x'}(f) & \mathcal{F}r_{zx'}(f) \\ \mathcal{F}r_{x'z}(f) & \mathcal{F}r_{zz}(f) \end{bmatrix}$	
SH prenosová funkcia P-SV matica Fourierových prenosových funkcií	$\mathcal{FTF}_{y'y'}(f)$ $\begin{bmatrix} \mathcal{FTF}_{x'x'}(f) & \mathcal{FTF}_{zx'}(f) \\ \mathcal{FTF}_{x'z}(f) & \mathcal{FTF}_{zz}(f) \end{bmatrix}$	$\mathcal{FTF}_{y'y'}(f) =$ $\mathcal{F}r_{y'y'}(f) / \mathcal{F}p(f)$ analogicky pre ostatné štyri prenosové funkcie

Tabuľka 3.3 Prenosové vlastnosti prostredia na vybranej lokalite pre 2D simulácie.

2D		
charakteristika seizmického pohybu	**skratka a / alebo matematický symbol**	**popis / legenda**
vstupný reálny/syntetický akcelerogram	$a_{y',i}(t)$ $a_{x',i}(t) \quad a_{z,i}(t)$	i – poradové číslo i -teho z n akcelerogramov
Fourierove spektrum akcelerogramu	$\mathcal{F}a_{y',i}(f)$ $\mathcal{F}a_{x',i}(f) \quad \mathcal{F}a_{z,i}(f)$	
zrýchlenie na vybranej lokalite (časovo závislá odozva na vstupný akcelerogram)	$s_{y',i}(t)$ $s_{x',i}(t) \quad s_{z,i}(t)$	$s_{y',i}(t) = \mathcal{F}^{-1}\left\{ \mathcal{F}a_{y',i}(f)\, \mathcal{FTF}_{y'y'}(f) \right\}$ $s_{x',i}(t) = \mathcal{F}^{-1}\left\{ \mathcal{F}a_{x',i}(f)\, \mathcal{FTF}_{x'x'}(f) + \mathcal{F}a_{z,i}(f)\, \mathcal{FTF}_{zx'}(f) \right\}$ analogicky pre $s_{z,i}(t)$
rotované zložky zrýchlenia na vybranej lokalite	$s_{x,i}(t) \quad s_{y,i}(t) \quad s_{z,i}(t)$	$\begin{pmatrix} s_{x,i}(t) \\ s_{y,i}(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} s_{x',i}(t) \\ s_{y',i}(t) \end{pmatrix}$ ϕ - uhol medzi osou x a osou x'

Tabuľka 3.4 Seizmický pohyb na vybranej lokalite pre 2D simulácie.

1D		
charakteristika seizmického pohybu	**skratka a / alebo matematický symbol**	**popis / legenda**
pseudoimpulzný vstupný signál rýchlosti	$p(t) = p_h(t) = p_z(t)$	h označuje horizontálnu zložku S vlny, každá zo zložiek x, y a z označuje P vlnu
časovo závislá pseudoimpulzná odozva	$r_h(t)$ $r_z(t)$	
Fourierove spektrum pseudoimpulznej odozvy	$\mathcal{F}r_h(f)$ $\mathcal{F}r_z(f)$	
Fourierove prenosové funkcie	$\mathcal{FTF}_h(f)$ $\mathcal{FTF}_z(f)$	$\mathcal{FTF}_h(f) = \mathcal{F}r_h(f) / \mathcal{F}p(f)$ analogicky pre $\mathcal{FTF}_z(f)$

1D		
charakteristika seizmického pohybu	**skratka a / alebo matematický symbol**	**popis / legenda**
zrýchlenie na vybranej lokalite (časovo závislá odozva na vstupný akcelerogram)	$s_{x,i}(t)$ $s_{y,i}(t)$ $s_{z,i}(t)$	$s_{x,i}(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}a_{x,i}(f)\ \mathcal{FTF}_h(f)\}$ $s_{y,i}(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}a_{y,i}(f)\ \mathcal{FTF}_h(f)\}$ $s_{z,i}(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}a_{z,i}(f)\ \mathcal{FTF}_z(f)\}$

Tabuľka 3.5 Prenosové vlastnosti a seizmický pohyb na vybranej lokalite pre 1D simulácie.

3.3 Spektrálne pomery a amplifikačné faktory: povrch sedimentov vs skalný povrch v prípade dopadu rovinnej vlny

Metodika, ktorá bola popísaná v predchádzajúcej podkapitole (3.2), je štandardnou procedúrou výpočtu amplifikačného faktora.

Jedným z hlavných cieľov tejto práce je porovnať štandardne vypočítané amplifikačné faktory (AF) v prípade dopadu rovinnej vlny s amplifikačnými faktormi vypočítanými pre excitáciu bodovým zdrojom. V prípade excitácie vlnového poľa pomocou bodového zdroja prostredie charakterizujú Greenove funkcie a nie matica prenosových funkcií. Preto musíme definovať amplifikačný faktor iným spôsobom. V prípade bodového zdroja sme schopní získať záznam v prijímači umiestnenom na povrchu sedimentov a v prijímači na skalnom povrchu. Vzťah medzi záznamom na skalnom povrchu a na povrchu sedimentov vieme vyjadriť pomocou matice spektrálnych pomerov. Amplifikačný faktor $\widetilde{AF}$ potom definujeme ako pomer spektra odozvy v prijímači na skalnom povrchu k spektru odozvy v prijímači na povrchu sedimentov. Takto definovaný amplifikačný faktor môžeme použiť aj v prípade exitácie vlnového poľa rovinnou vlnou.

Priamymi výsledkami 3D numerických simulácií v prípade excitácie vlnového poľa rovinnou vlnou polarizovanou v smere osi x, y, z sú časovo závislé pseudoimpulzné odozvy na vstupný pseudoimpulzný signál rýchlosti. Každý záznam pseudoimpulznej odozvy je trojzložkový. Charakteristika, ktorá plne popisuje vlastnosti prostredia a pomocou ktorej sme schopní vyjadriť odozvu na voľnom povrchu na ľubovoľný vstupný signál sa nazýva matica Fourierovych prenosových funkcií $\mathbf{FTF}\left(\mathbf{f}\right)$. Vstupný signál uvažujeme v mieste hĺbky excitácie rovinnej vlny. Vzťah (3.11) vyjadruje výpočet odozvy na vybranej lokalite, ak poznáme vstupný záznam a maticu Fourierovych prenosových funkcií.

Predpokladajme, že poznáme pseudoimpulznú odozvu, na vertikálne dopadajúcu rovinnú vlnu, polarizovanú v troch smeroch osí x, y, z. Priebeh troch zložiek rýchlosti v prijímači na povrchu sedimentov, môžeme zapísať v tvare matice 3×3

$$\mathbf{S}_{\mathrm{SED}}\left(\mathbf{t}\right) = \begin{pmatrix} s^{X,x}_{\mathrm{SED}}\left(t\right) & s^{X,y}_{\mathrm{SED}}\left(t\right) & s^{X,z}_{\mathrm{SED}}\left(t\right) \\ s^{Y,x}_{\mathrm{SED}}\left(t\right) & s^{Y,y}_{\mathrm{SED}}\left(t\right) & s^{Y,z}_{\mathrm{SED}}\left(t\right) \\ s^{Z,x}_{\mathrm{SED}}\left(t\right) & s^{Z,y}_{\mathrm{SED}}\left(t\right) & s^{Z,z}_{\mathrm{SED}}\left(t\right) \end{pmatrix} \tag{3.27}$$

kde $s^{\xi,\nu}_{\mathrm{SED}}\left(t\right)$ sú zložky rýchlosti, ξ označuje zložku a ν označuje smer osi, v ktorom bola vlna polarizovaná. Podobne, priebeh troch zložiek rýchlosti v prijímači na skalnom povrchu, môžeme zapísať v tvare matice 3×3

$$\mathbf{S}_{\mathrm{REF}}\left(\mathbf{t}\right) = \begin{pmatrix} s^{X,x}_{\mathrm{REF}}\left(t\right) & s^{X,y}_{\mathrm{REF}}\left(t\right) & s^{X,z}_{\mathrm{REF}}\left(t\right) \\ s^{Y,x}_{\mathrm{REF}}\left(t\right) & s^{Y,y}_{\mathrm{REF}}\left(t\right) & s^{Y,z}_{\mathrm{REF}}\left(t\right) \\ s^{Z,x}_{\mathrm{REF}}\left(t\right) & s^{Z,y}_{\mathrm{REF}}\left(t\right) & s^{Z,z}_{\mathrm{REF}}\left(t\right) \end{pmatrix} \tag{3.28}$$

kde $s^{\xi,\nu}_{\mathrm{REF}}\left(t\right)$ sú zložky rýchlosti, ξ označuje zložku a ν označuje smer osi, v ktorom bola vlna polarizovaná. Fourierove spektrum zložiek rýchlostí $s^{\xi,\nu}_{\mathrm{SED}}\left(t\right)$ a $s^{\xi,\nu}_{\mathrm{REF}}\left(t\right)$ označíme $\mathcal{F}s^{\xi,\nu}_{\mathrm{SED}}\left(f\right)$ a $\mathcal{F}s^{\xi,\nu}_{\mathrm{REF}}\left(f\right)$. Fourierove spektrum $\mathbf{S}_{\mathrm{SED}}\left(\mathbf{t}\right)$ označíme $\mathbf{FS}_{\mathrm{SED}}\left(\mathbf{f}\right)$ a

Fourierove spektrum $\mathbf{S}_{\mathrm{REF}}(\mathbf{t})$ označíme $\mathbf{FS}_{\mathrm{REF}}(\mathbf{f})$. Vzťah (3.11) vieme analogicky pre prijímač na skalnom podloží a na povrchu sediemntov prepísať nasledovne

$$\mathbf{FS}_{\mathrm{REF}}(\mathbf{f}) = \mathbf{FTF}_{\mathrm{REF}}(\mathbf{f}) \cdot \mathbf{FS}(\mathbf{f}) \tag{3.29}$$

$$\mathbf{FS}_{\mathrm{SED}}(\mathbf{f}) = \mathbf{FTF}_{\mathrm{SED}}(\mathbf{f}) \cdot \mathbf{FS}(\mathbf{f}) \tag{3.30}$$

kde matica vstupného signálu $\mathbf{FS}(\mathbf{f})$ má tvar

$$\mathbf{FS}(\mathbf{f}) = \begin{pmatrix} s^{X,x}(f) & s^{X,y}(f) & s^{X,z}(f) \\ s^{Y,x}(f) & s^{Y,y}(f) & s^{Y,z}(f) \\ s^{Z,x}(f) & s^{Z,y}(f) & s^{Z,z}(f) \end{pmatrix} \tag{3.31}$$

$s^{\xi,\nu}(f)$ sú zložky rýchlosti vstupného signálu, ξ oznažuje zložku a ν oznažuje smer osi, v ktorom bola vlna polarizovaná. V predchádzajúcej podkapitole 3.2 sme uvažovali prijímač umiestnený na homogénnom polpriestore. Prvky matice prenosových funkcií mali hodnotu 2. Keďže v tomto prípade referenčný prijímač nie je umiestnený na dokonale homogénnom polpriestore a matica Fourierovych prenosových funkcií je ovplyvňovaná difragovanými vlnami od údolia, matica $\mathbf{FTF}_{\mathrm{REF}}(\mathbf{f})$ bude mať zložitejší tvar. Matica spektrálnych pomerov $\mathbf{SSR}(\mathbf{f})$ umožňuje určiť vzťah medzi zložkami rýchlosti $s^{\xi,\nu}_{\mathrm{REF}}(t)$ a $s^{\xi,\nu}_{\mathrm{SED}}(t)$ na voľnom povrchu.

$$\mathbf{FS}_{\mathrm{SED}}(\mathbf{f}) = \mathbf{SSR}(\mathbf{f}) \cdot \mathbf{FS}_{\mathrm{REF}}(\mathbf{f}) \tag{3.32}$$

kde

$$\mathbf{SSR}(\mathbf{f}) = \begin{pmatrix} SSR^{XX}(f) & SSR^{YX}(f) & SSR^{ZX}(f) \\ SSR^{XY}(f) & SSR^{YY}(f) & SSR^{ZY}(f) \\ SSR^{XZ}(f) & SSR^{YZ}(f) & SSR^{ZZ}(f) \end{pmatrix} \tag{3.33}$$

$SSR^{\xi\nu}(f)$ je prvok matice spektrálnych pomerov, ktorý charakterizuje vzťah medzi ξ - zložkou v prijímači na povrchu sedimentov a ν - zložkou v prijímači na skalnom povrchu. Keďže pracujeme vo frekvenčnej oblasti, ďalej už pri odvodzovaní nebudeme názorne značiť závislosť matíc od frekvencie. Priebeh rýchlosti na voľnom povrchu v prijímači na skalnom podloží upravíme tak, aby sme získali spektrum záznamu v mieste vyžarovania rovinnej vlny. Z (3.29) vyjadríme $\mathbf{FS}$. Matica $\mathbf{FTF}_{\mathrm{REF}}$ je komplexná, teda budeme sa snažiť odvodiť komplexnú inverznú maticu.

Použili sme algoritmus (Brusinger a Golub (1969)), ktorý je založený na metóde singulárneho rozkladu (SVD - singular value decomposition).

Pomocou metódy SVD vieme ľubovoľnú $M \times N$ maticu $\mathbf{A}$ rozložiť na súčin $M \times M$ unitárnej matice $\mathbf{U}$, $M \times N$ diagonálnej matice S a $N \times N$ unitárnej matice $\mathbf{V}$. Pre maticu $\mathbf{A}$ musí platiť $N \leq M$. Štvorcová matica $\mathbf{U}$ sa nazýva unitárna ak platí

$$\mathbf{U}^* \cdot \mathbf{U} = \mathbf{1} \tag{3.34}$$

kde $\mathbf{U}^*$ je transponovaná a komplexne združená, teda adjungovaná matica $\mathbf{U}$.

$$\mathbf{U}^* = \overline{\mathbf{U}^\mathbf{T}} \tag{3.35}$$

Pomocou metódy SVD rozložíme 3×3 maticu $\mathbf{FTF}_{\mathrm{REF}}$ na súčin troch matíc

$$\mathbf{FTF}_{\mathrm{REF}} = \mathbf{U} \cdot \Big(diag\,(s_j) \Big) \cdot \mathbf{V}^* \tag{3.36}$$

a dosadíme do (3.29). Dostaneme

$$\mathbf{FS}_{\mathrm{REF}} = \mathbf{U} \cdot \Big(diag\,(s_j) \Big) \cdot \mathbf{V}^* \cdot \mathbf{FS} \tag{3.37}$$

Matica $\mathbf{U}$ je 3×3 unitárna matica, matica $\mathbf{diag}\,(\mathbf{s_j})$ je 3×3 diagonálna matica kde $j = 1, 2, 3$ a matica $\mathbf{V}$ je 3×3 unitárna matica. Vďaka dobrým vlastnostiam matíc $\mathbf{U}$, $\mathbf{V}$ a $\mathbf{S}$, vieme jednoducho napísať ich inverzné matice a s využitím rovnice (3.35) dostaneme spektrum záznamu rýchlosti v mieste vyžarovania rovinnej vlny

$$\mathbf{V} \cdot \Big(diag\,(1/s_j) \Big) \cdot \mathbf{U}^* \cdot \mathbf{FS}_{\mathrm{REF}} = \mathbf{FS} \tag{3.38}$$

Vzťah (3.38) dosadíme do (3.30)

$$\mathbf{FS}_{\mathrm{SED}} = \mathbf{FTF}_{\mathrm{SED}} \cdot \mathbf{V} \cdot \Big(diag\,(1/s_j) \Big) \cdot \mathbf{U}^* \cdot \mathbf{FS}_{\mathrm{REF}} \tag{3.39}$$

$$\mathbf{FS}_{\mathrm{SED}} = \mathbf{FTF}_{\mathrm{SED}} \cdot \mathbf{FTF}^{-\mathbf{1}}_{\mathrm{SED}} \cdot \mathbf{FS}_{\mathrm{REF}} \tag{3.40}$$

Maticu Fourierovych prenosových funkcií $\mathbf{FTF}_{\text{SED}}$ vypočítaame pomocou vzťahu (3.10). Súčinom matíc $\mathbf{FTF}_{\text{SED}}$ a $\mathbf{FTF}_{\text{SED}}^{-1}$ dostaneme maticu spektrálnych pomerov $\mathbf{SSR}$ (3.33).

$$\mathbf{FS}_{\text{SED}} = \mathbf{SSR} \cdot \mathbf{FS}_{\text{REF}} \tag{3.41}$$

Potom (3.41) vyjadruje vzťah medzi zložkami rýchlosti (alebo aj zrýchlenia) v prijímači na povrchu sedimentov a zložkami rýchlosti v prijímači na skalnom povrchu. Vzťah (3.41) umožňuje odhadnúť ako bude vyzerať záznam seizmického pohybu v prijímači na povrchu sedimentov ak poznáme priebeh seizmického pohybu v prijímači na skalnom podloží. Vybrané Akcelerogramy budú reprezentovať seizmický pohyb v prijímači na skalnom podloží. Index i bude označovať i-ty zo súboru n vybraných akcelerogramov. Časovo závislé zložky zrýchlenia v prijímači na skalnom povrchu označíme $a_{x,i}(t)$, $a_{y,i}(t)$ a $a_{z,i}(t)$. Fourierove spektrum $a_\xi\ (t)$ označíme $\mathcal{F}a_\xi\ (f)$. Zložky zrýchlenia na povrchu sedimentov $s_{x,i}\ (t)$, $s_{y,i}\ (t)$, $sS_{z,i}\ (t)$. Priebeh zložiek zrýchlenia na povrchu sedimentov vypočítame analogicky k vzťahu (3.11) vzťahom

$$\begin{pmatrix} s_{x,i}(t) \\ s_{y,i}(t) \\ s_{z,i}(t) \end{pmatrix} = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} SSR^{XX}(f) & SSR^{YX}(f) & SSR^{ZX}(f) \\ SSR^{XY}(f) & SSR^{YY}(f) & SSR^{ZY}(f) \\ SSR^{XZ}(f) & SSR^{YZ}(f) & SSR^{ZZ}(f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{F}a_{x,i}(f) \\ \mathcal{F}a_{y,i}(f) \\ \mathcal{F}a_{z,i}(f) \end{pmatrix} \right\} \tag{3.42}$$

Postupujeme analogicky ako v podkapitole 3.2. Vypočítame spektrum odozvy v prijímači na povrchu sedimentov a na skalnom povrchu. Následne amplifikačný faktor $\widetilde{AF}$ pre ξ - zložku vypočítame ako pomer spektra odozvy v prijímači na povrchu sedimentov ku spektru odozvy v prijímači na skalnom povrchu analogicky ako v (3.12)

$$\widetilde{AF}_{\xi,i}(f) = \frac{\mathcal{R}s_{SED\,\xi,i}(f)}{\mathcal{R}s_{REF\,\xi,i}(f)} \tag{3.43}$$

Amplifikačný faktor pre horizontálnu zložku $\widetilde{AF}_{h,i}$ vypočítame analogicky podľa (3.13)

$$\widetilde{AF}_{h,i}(f) = \sqrt{\frac{\mathcal{R}s_{SED\,x,i}(f)\ \mathcal{R}s_{SED\,y,i}(f)}{\mathcal{R}s_{REF,x,i}(f)\ \mathcal{R}s_{REF,x,i}(f)}} \tag{3.44}$$

Priemerný amplifikačný faktor pre n vstupných záznamov seizmického pohybu pre ξ-zložku $\overline{\widetilde{AF}}_{\xi,i}$ a štandardnú odchýlku $\tilde{\sigma}$ určíme podobne ako vo vzťahoch (3.14), (3.15).

$$\overline{\widetilde{AF}}_{\xi}(f) = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} \widetilde{AF}_{\xi,i}(f)} \tag{3.45}$$

$$\tilde{\sigma}_{\log \widetilde{AF}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left[\log \widetilde{AF}_{\xi,i}(f) - \log \overline{\widetilde{AF}}_{\xi}(f)\right]^2}{n-1}} \tag{3.46}$$

kde $\xi \in \{x, y, z, h\}$. Analogicky by sa dal postup odvodiť pre 2D modelovanie.

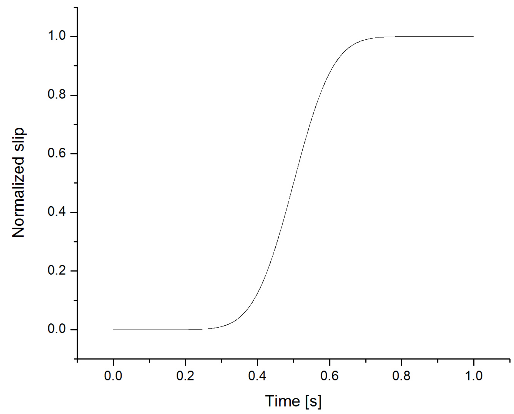
3.4 Spektrálne pomery a amplifikačné faktory: povrch sedimentov vs skalný povrch v prípade bodového zdroja

Pre odvodenie matice spektrálnych pomerov v prípade bodového zdroja budeme vychádzať zo vzťahu (3.41). V tejto kapitole sa budeme venovať rovnakému problému ako v predchádzajúcej kapitole, ale budeme uvažovat bodový zdroj. Ľubovoľný fokálny mechanizmus bodového zdroja vieme vyjadriť pomocou lineárnej kombinácie 6 nezávislých elementárnych moment tenzorov. Existuje niekoľko možností voľby elementárnych moment tenzorov (Kikuchi a Kanamori 1991). Uvažujme šesticu podobne ako v práci Franek (2010)

$$\begin{gathered}
M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
M_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}
\end{gathered} \tag{3.47}$$

Časová funkcia zdroja predpisuje časový vývoj sklzu, je zobrazená na Obr. 3.1.

Numerickými simuláciami vypočítame pre každý zo 6 elementárnych moment tenzorov vypočítame priebeh troch zložiek rýchlosti v prijímači na povrchu sedimentov,



Obr. 3.1 Časová funkcia zdroja.

ktoré môžeme zapísať v tvare matíc 3×6

$$\mathbf{S}_{\mathrm{SED}}\left(\mathbf{t}\right)=\begin{pmatrix} s_{\mathrm{SED}}^{X,1}\left(t\right) & \dots & s_{\mathrm{SED}}^{X,6}\left(t\right) \\ s_{\mathrm{SED}}^{Y,1}\left(t\right) & \dots & s_{\mathrm{SED}}^{Y,6}\left(t\right) \\ s_{\mathrm{SED}}^{Z,1}\left(t\right) & \dots & s_{\mathrm{SED}}^{Z,6}\left(t\right) \end{pmatrix} \tag{3.48}$$

kde $s_{\mathrm{SED}}^{\xi,i}\left(t\right)$ sú zložky rýchlosti, ξ označuje zložku a i označuje i-ty elementárny tenzor. Podobne v prijímači na skalnom povrchu

$$\mathbf{S}_{\mathrm{REF}}\left(\mathbf{t}\right)=\begin{pmatrix} s_{\mathrm{REF}}^{X,1}\left(t\right) & \dots & s_{\mathrm{REF}}^{X,6}\left(t\right) \\ s_{\mathrm{REF}}^{Y,1}\left(t\right) & \dots & s_{\mathrm{REF}}^{Y,6}\left(t\right) \\ s_{\mathrm{REF}}^{Z,1}\left(t\right) & \dots & s_{\mathrm{REF}}^{Z,6}\left(t\right) \end{pmatrix} \tag{3.49}$$

kde $s_{\mathrm{REF}}^{\xi,i}\left(t\right)$ sú zložky rýchlosti, ξ označuje zložku a i označuje i-ty elementárny tenzor. Fourierove spektrum zložiek rýchlostí $s_{\mathrm{SED}}^{\xi,i}\left(t\right)$ a $s_{\mathrm{REF}}^{\xi,i}\left(t\right)$ označíme $\mathcal{F}s_{\mathrm{SED}}^{\xi,i}\left(f\right)$ a $\mathcal{F}s_{\mathrm{REF}}^{\xi,i}\left(f\right)$. Fourierove spektrum $\mathbf{S}_{\mathrm{SED}}\left(\mathbf{t}\right)$ označíme $\mathbf{FS}_{\mathrm{SED}}\left(\mathbf{f}\right)$ a Fourierove spektrum $\mathbf{S}_{\mathrm{REF}}\left(\mathbf{t}\right)$ označíme $\mathbf{FS}_{\mathrm{REF}}\left(\mathbf{f}\right)$. Pomocou matice spektrálnych pomerov $\mathbf{SSR}\left(\mathbf{f}\right)$ vieme určiť vzťah medzi zložkami rýchlosti $\mathcal{F}s_{\mathrm{REF}}^{\xi,i}\left(f\right)$ a $\mathcal{F}s_{\mathrm{SED}}^{\xi,i}\left(f\right)$

$$\mathbf{FS}_{\mathrm{SED}}\left(\mathbf{f}\right)=\mathbf{SSR}\left(\mathbf{f}\right)\cdot\mathbf{FS}_{\mathrm{REF}}\left(\mathbf{f}\right) \tag{3.50}$$

kde matica $\mathbf{SSR}\left(\mathbf{f}\right)$ má tvar (3.33). Keďže sme vo frekvenčnej oblasti, ďalej už pri odvodzovaní nebudeme názorne značiť závislosť matíc od frekvencie. Na určenie matice spektrálnych pomerov stačí vyriešiť systém 18 rovníc o 9 neznámych. Preurčenú úlohu riešime metódou singulárneho rozkladu v komplexnej oblasti tak, ako v odstavci 3.2.1. Aby sme mohli vyjadriť maticu **SSR**, musíme vypočítať inverznú maticu ku komplexnej matici $\mathbf{FS}_{\mathrm{REF}}$. Keďže používame algoritmus, ktorý vyžaduje aby matica, ktorú budeme rozkladať, mala menší počet stĺpcov ako počet riadkov, musíme transponovať a komplexne združiť (adjungovať) všetky členy rovnice (3.50). Dostaneme

$$\mathbf{FS}^*_{\mathrm{SED}} = \mathbf{FS}^*_{\mathrm{REF}} \cdot \mathbf{SSR}^* \tag{3.51}$$

Obdĺžnikovú 6×3 maticu $\mathbf{FS}^*_{\mathrm{REF}}$ rozložíme, aplikovaním metódy SVD, na súčin 3 matíc nasledovne

$$\mathbf{FS}^*_{\mathrm{REF}} = \mathbf{U} \cdot \Big(diag\,(s_j)\Big) \cdot \mathbf{V}^* \tag{3.52}$$

dosadíme do (3.51)

$$\mathbf{FS}^*_{\mathrm{SED}} = \mathbf{U} \cdot \Big(diag\,(s_j)\Big) \cdot \mathbf{V}^* \cdot \mathbf{SSR}^* \tag{3.53}$$

Matica $\mathbf{U}$ je 6×6 unitárna matica, $diag\,(s_j)$ je 6×3 diagonálna matica, v ktorej sú jediné nenulové singulárne hodnoty s_j pre $j = 1,\,2,\,3$ a $\mathbf{V}$ je 3×3 unitárna matica. Unitárne vlastnosti matíc $\mathbf{U}$, $\mathbf{V}$ umožňujú jednoduché vyjadrenie adjungovanej matice spektrálnych pomerov **SSR** pre danú polohu bodového zdroja

$$\mathbf{SSR} = \left(\mathbf{V} \cdot \Big(diag\,(1/s_j)\Big)^T \cdot \mathbf{U}^* \cdot \mathbf{FS}^*_{\mathrm{SED}}\right)^* \tag{3.54}$$

Ďalej pokračujeme rovnako ako v podkapitole (3.3).

Ak za záznam v prijímači na skalnom podloží použijeme ľubovoľný i-ty zo súboru n akcelerogramov zaznamenaných na voľnom povrchu, vieme pomocou matice spektrálnych pomerov pre danú polohu bodového zdroja odhadnúť, ako bude vyzerať záznam zrýchlenia v prijímači na povrchu sedimentov. Časovo závislé zložky zrýchlenia v prijímači na skalnom povrchu označíme $a_{x,i}\,(t)$, $a_{y,i}\,(t)$ a $a_{z,i}\,(t)$. Fourierove spektrum $a_\xi\ (t)$ označíme $\mathcal{F}a_\xi\ (f)$. Zložky zrýchlenia na povrchu sedimentov $s_{x,i}\ (t)$, $a_{y,i}\ (t)$, $a_{z,i}\ (t)$ vypočítame vzťahom

$$\begin{pmatrix} s_{x,i}\,(t) \\ s_{y,i}\,(t) \\ s_{z,i}\,(t) \end{pmatrix} = \mathcal{F}^{-1}\left\{ \begin{pmatrix} SSR^{XX}\,(f) & SSR^{YX}\,(f) & SSR^{ZX}\,(f) \\ SSR^{XY}\,(f) & SSR^{YY}\,(f) & SSR^{ZY}\,(f) \\ SSR^{XZ}\,(f) & SSR^{YZ}\,(f) & SSR^{ZZ}\,(f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{F}a_{x,i}\,(f) \\ \mathcal{F}a_{y,i}\,(f) \\ \mathcal{F}a_{z,i}\,(f) \end{pmatrix} \right\} \tag{3.55}$$

Postupujeme analogicky ako v podkapitole 3.3. Vypočítame spektrum odozvy v prijímači na povrchu sedimentov a na skalnom podloží. Následne amplifikačný faktor $\widetilde{AF}$ vypočítame ako pomer spektra odozvy v prijímači na povrchu sedimentov ku spektru odozvy v prijímači na skalnom povrchu podľa vzťahu (3.43) a amplifikačný faktor pre horizontálnu zložku $\widetilde{AF}_{h,i}$ vypočítame podľa (3.44). Priemerný amplifikačný faktor $\overline{\widetilde{AF}}_{\xi,i}$ pre n vstupných záznamov seizmického pohybu pre ξ-zložku určíme pomocou (3.45). Štandardnú odchýlku $\widetilde{\sigma}$ vypočítame podľa (3.46).

3.5 Výber zaznamenaných akcelerogramov

Konkrétne hodnoty parametrov 27 vybraných akcelerogramov sú sumarizované v tabuľke 3.6. Všetky záznamy pochádzajú z reálnych seizmických staníc umiestnených na voľnom povrchu, výber záznamov bol navrhnutý pre projekt SIGMA. Akcelerogramy boli vybrané z databázy RESORCE (Akkar et al. 2013), vrátane všetkých troch zložiek podľa týchto kritérií:

magnitúdo	$4,5 < M < 7$
epicentrálna vzdialenosť	$\triangle < 20\ km$
trieda lokality	A
špičkové zrýchlenie na povrchu (PGA)	$PGA > 1\ m/s^2$

dátum čas	názov udalosti	zem. šírka [°]	zem. dĺžka [°]	hĺbka hypoc. [km]	zlomový mech.	Mw	epic. vzdial. [km]
15.4.1978 23:33	Basso Tirreno, Italy	38.270	14.860	15	Strike-slip	6.1	18
11.5.1984 10:41	Lazio Abruzzo (Aftershock), Italy	41.732	13.921	8	Normal	5.5	15
11.5.1984 10:41	Lazio Abruzzo (Aftershock), Italy	41.732	13.921	8	Normal	5.5	6
6.10.1997 23:24	App. Umbro-Marchigiano, Italy	43.028	12.847	3.9	Normal	5.4	14
12.10.1997 11:08	App. Umbro-Marchigiano, Italy	42.906	12.920	0.1	Normal	5.2	10
14.10.1997 15:23	Umbria-Marche 3Rd Shock, Italy	42.898	12.899	7.3	Normal	5.6	12
5.4.1998 15:52	App. Umbro-Marchigiano, Italy	43.190	12.767	4.4	Normal	4.8	5
11.5.1984 13:14	Massiccio Meta, Italy	41.754	13.919	12.2	Normal	4.8	6
31.12.1988 4:07	Spitak (Aftershock), Armenia	40.950	43.990	5	Reverse	4.2	10
30.3.1989 16:36	Spitak (Aftershock), Armenia	40.980	44.030	3	Reverse	4.3	14
14.10.1997 15:23	Umbria-Marche 3Rd Shock, Italy	42.898	12.899	7.3	Normal	5.6	9
9.1.1988 1:02	Se Of Tirana, Albania	41.290	19.900	5	Reverse	5.9	7
16.9.1977 23:48	Friuli, Italy	46.280	12.980	21	Reverse	5.3	9
11.5.1984 10:41	Lazio Abruzzo (Aftershock), Italy	41.732	13.921	8	Normal	5.5	13
3.4.1998 7:26	App. Umbro-Marchigiano, Italy	43.185	12.757	1.9	Normal	5.1	5
5.4.1998 15:52	App. Umbro-Marchigiano, Italy	43.190	12.767	4.4	Normal	4.8	8

dátum čas	názov udalosti	zem. šírka [°]	zem. dĺžka [°]	hĺbka hypoc. [km]	zlomový mech.	Mw	epic. vzdial. [km]
28.2.1980 21:04	Val Nerina, Italy	42.800	12.967	12	--	5	6
9.9.1998 11:28	App. Lucano, Italy	40.060	15.949	29.2	Normal	5.6	10
1.4.2000 18:08	Monte Amiata, Italy	42.831	11.692	1.6	Normal	4.5	2
1.4.2000 18:08	Monte Amiata, Italy	42.831	11.692	1.6	Normal	4.5	2
26.11.2001 0:56	Casentino, Italy	43.600	12.109	5.5	Normal	4.7	3
6.4.2009 2:37	L'Aquila, Italy	42.366	13.340	10.1	Normal	5.1	2
7.4.2009 17:47	L'Aquila, Italy	42.275	13.464	15.1	Normal	5.6	15
7.4.2009 17:47	L'Aquila, Italy	42.275	13.464	15.1	Normal	5.6	10
7.4.2009 21:34	L'Aquila, Italy	42.380	13.376	7.4	Normal	4.6	2
9.4.2009 0:52	Gran Sasso, Italy	42.484	13.343	15.4	Normal	5.4	9
9.4.2009 19:38	L'Aquila, Italy	42.501	13.356	17.2	Normal	5.3	10

Tabuľka 3.6 Parametre 27-mych vybraných reálnych akcelerogramov.

Kapitola 4

Model údolia pod mestom Grenoble

Pri písaní tejto kapitoly sme použili práce Chaljub et al. (2012), Moczo et al. (2013), (Cornou et al. 2003a,b).

Mesto Grenoble sa nachádza na juhovýchode Francúzska na úpätí francúzskych Álp. Väčšina zastavanej časti mesta sa rozprestiera na povrchu sedimentov vypĺňajúcich typické hlboké alpské údolie. Mesto má približne 500 000 obyvateľov, významné vzdelávacie a výskumné inštitúcie, technologické centrá a priemyselné oblasti.

Predchádzajúce výskumy lokálnych efektov, napríklad Lebrun et al. (2001), Cornou et al. (2003a,b), zistili veľké zosilnenie (až 10-krát väčšie vzhľadom na referenčnú stanicu umiestnenú na skalnom podloží) vo frekvenčnom intervale 0.2 až 5 Hz a taktiež výrazný nárast doby trvania seizmického pohybu v celom údolí v prípade slabých až stredných zemetrasení.

Významnosť mesta, očakávané maximálne zemetrasenie s magnitúdom 6 a možnosť vzniku výrazných lokálnych efektov sú dostatočným dôvodom pre analýzu seizmického ohrozenia mesta Grenoble.

4.1 Lokalita a geologický model

Geometrický tvar údolia pod mestom Grenoble je veľmi zložitý. V skutočnosti je tvorené tromi veľkými vetvami so zložitou geometriou rozhrania sedimentov a podložia, vetvy spolu pripomínajú písmeno Y. Tvar údolia, aj poloha mesta Grenoble sú zobrazené na Obr. 4.1. Každým údolím preteká rieka. Povrch sedimentov je obklopený tromi pohoriami. Sú to Belledonský masív, tiahnuci sa viac ako 100 km v smere SV - JZ, a subalpínske predhoria. Belledone dosahuje výšku 3000 m. Na severe sa nachádza predhorie Chartreuse, na juhozápade predhorie Vercors, ktoré dosahujú výšku 2000m.

V tejto oblasti Álp bolo charakterizovaných viacero aktívnych zlomov (Thouvenot et al. 2003, 2009). Podľa historických záznamov magnitúda zemetrasení nepresiahli hodnoty $M = 5$ a $M = 6$. Posledné významné zemetrasenie v oblasti Grenoblu bolo v roku 1962 a malo magnitúdo $M = 5.3$ a jeho hypocetrum bolo pod pohorím Vercors. V meste spôsobilo drobné štrukturálne škody a pád niekoľkých komínov. Zhustenie seizmickej monitorovacej siete 80 - tych rokoch umožnilo identifikovať dovtedy neznáme seizmické zóny. Najmä 50 - 70 km dlhý Belledonský zlom. Zlom leží východne a paralelne k severovýchodnej vetve údolia vo vzdialenosti 5 - 7 km od jej východného okraja. Na Belledonskom zlome vzniká množstvo malých zemetrasení, s pravostranným strike-slip mechanizmom. Na zlome môže vzniknúť aj zemetrasenie s magnitúdom 6 s návratovou periódou 500 až 1000 rokov. Belledonský zlom predstavuje reálne seizmické ohrozenie mesta.

Geologická a fyzikálna štruktúra údolia pod mestom Grenoble bola objektom rozsiahleho geologického výskumu a geofyzikálnych meraní. Cieľom výskumu a meraní z pohľadu seizmológov bolo vytvorenie geofyzikálneho modelu údolia a okolia tak, aby vznikla možnosť numerického modelovania seizmického pohybu v údolí. Podrobnejšie informácie o geologickom a geofyzikálnom výskume údolia možno nájsť v prácach v zborníku konferencie ESG 2006 Bard et al. (2006) a v článku Chaljub et al. (2010).

4.2 Výpočtový model

Geometria modelu. Vo výpočtoch sme použili päť modelov. Parametre pre 1D a 2D model, parametre pre 3D model v prípade dopadu rovinnej vlny a parametre pre 3D model v prípade bodového zdroja sú zhrnuté v Tab. 4.1. Voľný povrch má súradnicu $z = 0$ m. ZHF je Hodnota z-ovej súradnice spodnej hranice jemnej siete v 3D modeli v prípade bodového zdroja. Geometria rozhrania sedimentov a skalného podložia je zobrazená na Obr. 4.2.

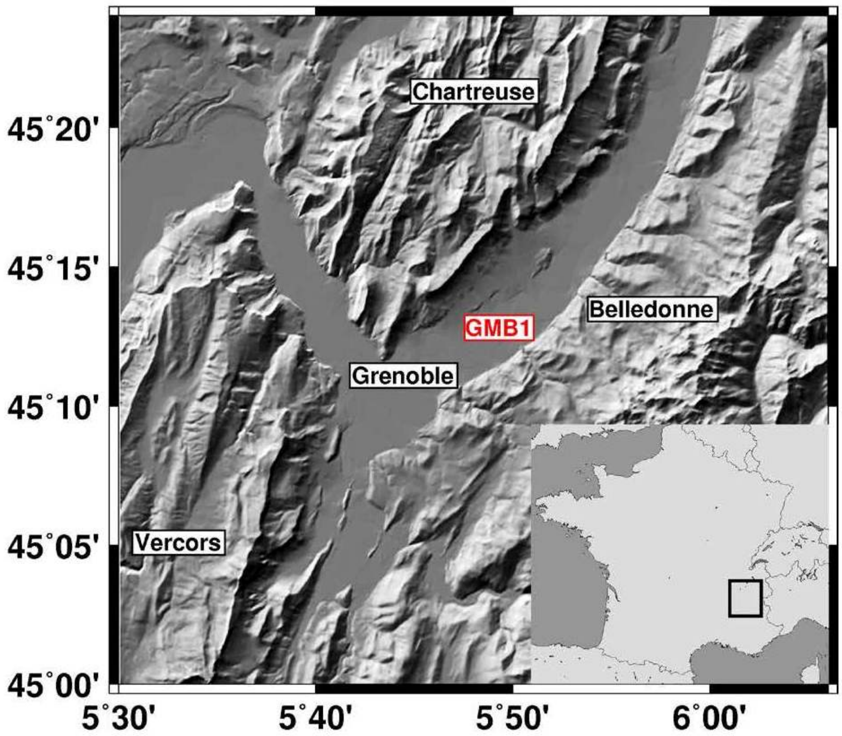
Mechanické parametre. Skalné podložie je veľmi tvrdé a považujeme ho za dokonale elastické prostredie; preto boli zvolené hodnoty faktorov kvality pre šírenie P a S vĺn nekonečno. Mechanické parametre výpočtového modelu sú uvedené v Tab. 4.2, ktorú sme prebrali z Moczo et al. (2013).

Geometria 1D a 2D modelu			
Profil	1.	2.	3.
X MIN	-100	-100	-100
X MAX	20 100	16 300	15 000
Z MIN	-5 000	-5 000	-5 000

Geometria 3D modelu v prípade dopadu rovinnej vlny	
X MIN	856 500
X MAX	881 500
Y MIN	2 012 500
Y MAX	2 036 500
Z MIN	-1 300

Geometria 3D modelu v prípade bodového zdroja	
X MIN	856 500
X MAX	883 050
Y MIN	2 007 100
Y MAX	2 036 575
Z MIN	-6 025
ZHF	-1 300

Tabuľka 4.1 Geometria 3D, 2D a 1D modelu.



Obr. 4.1 Mapa oblasti mesta Grenoble vo francúzskych Alpách. Údolie v tvare Y je obklopené pohorím Belledone a vápencovými pohoriami Vercors a Chartreuse. GMB1 označuje miesto vrtu Montbonnot. Obrázok je prevzatý z Chaljub et al. (2010).

Mechanické parametre modelu údolia pod mestom Grenoble z zodpovedá hĺbke vyjadrenej v metroch					
Jednotky	Hustota (kg / m^3)	Rýchlosť šírenia S- vĺn β (m/s)	Rýchlosť šírenia P- vĺn α (m/s)	Faktor kvality Q_S	Faktor kvality Q_P
Sedimenty	$2124 + 0.125\,z$	$300 + 19\sqrt{z}$	$1450 + 1.25\,z$	50	$37.5\,\alpha^2/\beta^2$
Skalné podložie	2 720	3 200	5 600	∞	∞

Tabuľka 4.2 Mechanické parametre výpočtového modelu.

Excitácia vlnového poľa. Vlnové pole sme excitovali dvomi spôsobmi: vertikálne sa šíriacou rovinnou vlnou a pomocou bodových zdrojov. V prípade 3D modelovania sme rovinnú vlnu polarizovali v troch smeroch súradnicových osí x, y a z. V prípade 2D modelovania sme rovinnú vlnu polarizovali v smere profilu, v smere kolmom na profil a vo vertikálnom smere. V prípade 1D modelovania sme rovinnú vlnu polarizovali v smere osi z a v horizontálnom smere. Okrem toho sme simulovali sme tri lokálne slabé zemetrasenia. Pre každé zemetrasenie sme uvažovali $M = 2,6$, rovnaký fokálny mechanizmus a rovnakú časovú funkciu zdroja. Jedno hypocentrum, $PS1$, sme predpokladali v pohorí Belledone, druhé, $PS2$, južne od údolia, tretie priamo pod údolím. $PS1$ a $PS2$ sú v hĺbke 3 km, $PS3$ v hĺbke 4 km. Polohy bodových zdrojov sú zobrazené na Obr. 4.2.

Časovo-priestorová sieť. Výpočotový 2D program je schopný realizovať 1D výpočty vo vertikálnych stĺpcoch. V 2D modeli je výpočtovou oblasťou rovnobežník pokrytý spojitou, striedavo usporiadanou sieťou. Sieťový krok je 12,5 m. 200 sieťových krokov tvorí sieťovú hrúbku hraníc PML vrstvy, časový krok je 0,001 s. Vymenované parametre sú rovnaké pre 1D model.

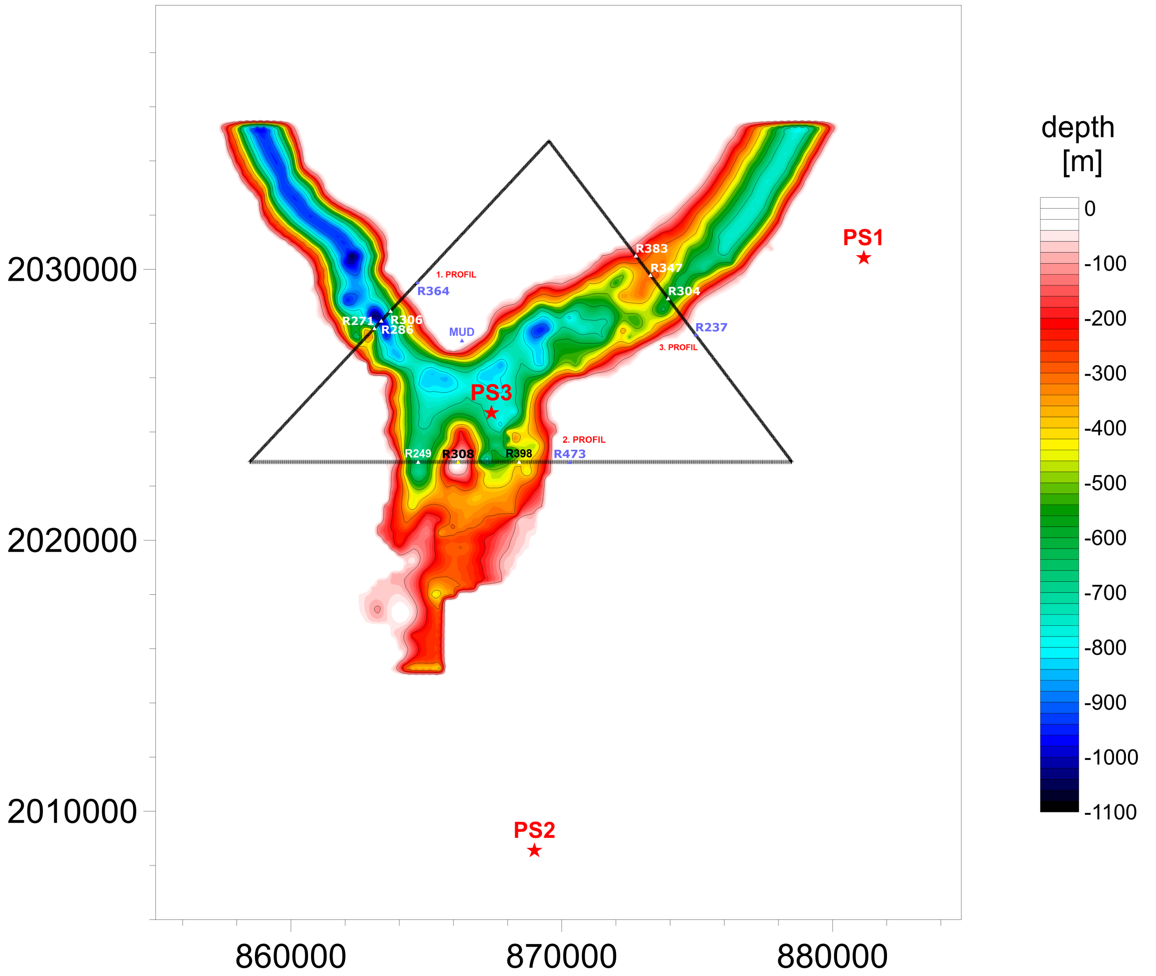
V 3D modeli v prípade dopadu rovinnej vlny je výpočtovou oblasťou pravidelný rovnobežnosten pokrytý spojitou, striedavo usporiadanou sieťou. Sieťový krok je 12,5 m. 50 sieťových krokov tvorí sieťovú hrúbku hraníc PML vrstvy, časový krok je 0,001 s.

V 3D modeli v prípade bodového zdroja je výpočtovou oblasťou pravidelný rovnobežnosten pokrytý nespojitou, striedavo usporiadanou sieťou. Sieťový krok v jemnej sieti je 25 m a 225 m v hrubej. 45 sieťových krokov tvorí sieťovú hrúbku hraníc PML vrstvy v jemnej časti siete a 5 v hrubej časti siete. Časový krok je 0,002 s.

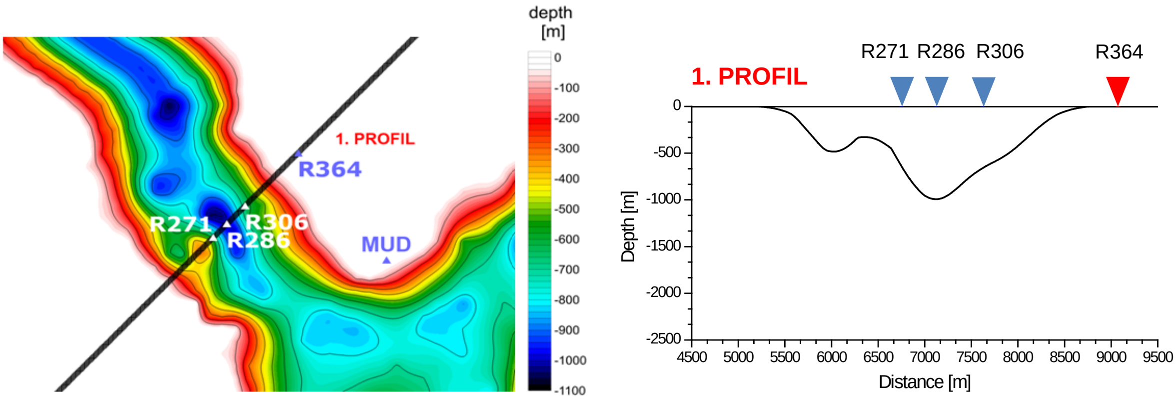
Výpočty pre 1D 2D a 3D modelovanie dopadu rovinnej vlny sú dostatočne presné do frekvencie 4hz. Výsledky simulácií pre bodový zdroj nad frekvenciou 2 Hz môžu byť ovplyvnené sieťovou disperziou. Väčší krok sme volili v dôsledku menších výpočtových nárokov, pretože takýchto výpočtov bolo teba vykonať pre každý bodový zdroj 6.

Výber teoretických prijímačov. V rámci projektu SIGMA bolo zvolených 4635 teoretických prijímačov. My sme pre účely analýzy v tejto práci vybrali 13. 9 prijímačov je na povrchu sedimentov, 4 sú na skalnom podloží. Prijímače $R271$, $R286$, $R306$ a $R364$ ležia na 1. profile (v smere SZ), prijímače $R249$, $R308$, $R398$ a $R473$ ležia na 2. profile (ZV), prijímače $R237$, $R304$, $R347$ a $R383$ ležia na 3. profile (SV). Polohu skalných prijímačov na profiloch sme zvolili tak, aby vplyv sedimentov na seizmický pohyb nebol výrazný a pritom vzdialenosť od sedimentárnych prijímačov nebola veľká. Výnimkou je poloha prijímača MUD (Musée dauphinois). Rozmiestnenie všetkých 4635 prijímačov vidno na obrázku 4.2. Profily s vybranými prijímačmi sú zobrazené na Obr. 4.3, 4.4 a 4.5.

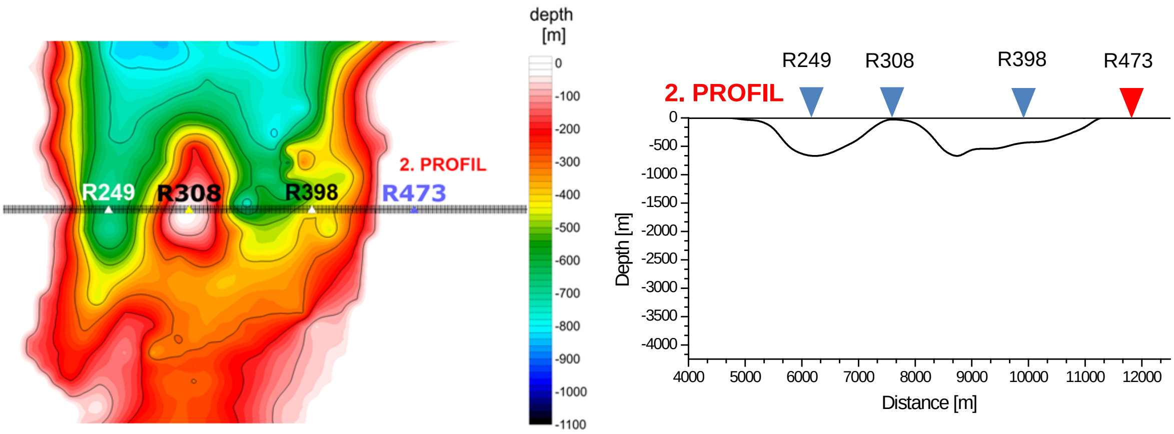
Hoci je model údolia z hľadiska reológie a geometrie relatívne komplexný, stále je iba aproximáciou reálneho údolia. Štrukturálne zložité modely reálnych sedimentárnych údolí predstavujú veľkú výzvu pre numerické modelovanie seizmického pohybu, čo je zrejmé aj z faktu, že zhoda medzi syntetickými a reálnymi dátami je stále veľmi nízka. Výnimkou sú veľmi nízke frekvencie, približne menšie ako 0.1 Hz, Chaljub et al. (2010).



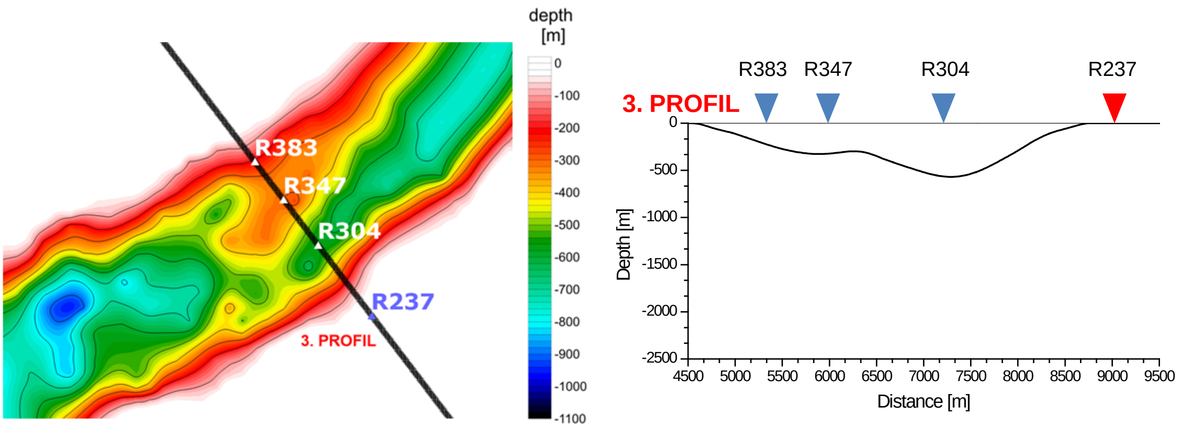
Obr. 4.2 Mocnosť sedimentov v údolí pod mestom Grenoble. Číslami sú označené prijímače vybrané na analýzu v tejto práci. Čierne čiary indikujú tri vybrané profily. Červenými znakmi sú označené polohy bodových zdrojov. Údolie je zobrazené v súradnicovej sústave LAMBERT-II.



Obr. 4.3 1. profil v SZ smere.



Obr. 4.4 2. profil v ZV smere.



Obr. 4.5 2. profil v SV smere.

Kapitola 5

Výsledky numerických simulácií

Definujme pseudoimpulzný vstupný signál rýchlosti, použitím Gaborovho signálu, ktorého predpis je

$$p\,(t) = \exp\{-\left[\omega_{\,p}\,(t - t_{\,s})\,/\gamma_{\,s}\right]^2\}\ \cos\left[\omega_{\,p}\,(t - t_{\,s}) + \theta\right] \tag{5.1}$$

Kde $\omega_{\,p} = 2\pi f_p$, $\gamma_{\,s}$ špecifikuje šírku signálu a θ je fázový posun. Hodnoty boli zvolené nasledovne: $f_p = 4,5$, $\gamma_{\,s} = 0,35$, $\theta = \pi/2$ a $t_{\,s} = 0,5$. Pre 3D, 2D a 1D modelovanie sme použili rovnaký pseudoimpulzný signál rýchlosti, Obr. (5.1).

Numerickými simuláciami 3D, 2D a 1D modelovaním sme získali časové priebehy rýchlostí v zvolených prijímačoch. Výsledkami na vertikálne dopadajúcu rovinnú vlnu polarizovanú v smere osi x sú v prípade 3D modelovania pseudoimpulzné odozvy $r_{\,xx}\,(t)$, $r_{\,xy}\,(t)$ a $r_{\,xz}\,(t)$. Pseudoimpulzné odozvy na vertikálne dopadajúcu rovinnú vlnu polarizovanú v smere osi y sú $r_{\,yx}\,(t)$, $r_{\,yy}\,(t)$, $r_{\,yz}\,(t)$ a na vertikálne dopadajúcu rovinnú vlnu polarizovanú v smere osi z sú $r_{\,zx}\,(t)$, $r_{\,zy}\,(t)$ a $r_{\,zz}\,(t)$. Druhý index označuje zložku odozvy. Simulované časové okno je 50 s.

V prípade 2D modelovania sú výsledkami pseudoimpulzné odozvy $r_{\,x'x'}\,(t)$ a $r_{\,x'z}\,(t)$ ak je vertikálne dopadajúca rovinná vlna polarizovaná v smere osi x'. Pseudoimpulzná odozva na vertikálne dopadajúcu rovinnú vlnu polarizovanú v smere osi y' je $r_{\,y'y'}\,(t)$ a pseudoimpulzná odozva na vertikálne dopadajúcu rovinnú vlnu polarizovanú v smere osi z je $r_{\,zx'}\,(t)$ a $r_{\,zz}\,(t)$.

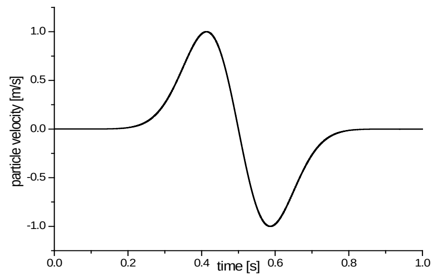
V prípade 1D modelovania sú výsledkami numerických simulácií pseudoimpulzná odozva $r_{\,h}\,(t)$ na vertikálne dopadajúcu rovinnú vlnu polarizovanú v horizontálnom smere h a pseudoimpulzná odozva $r_{\,z}\,(t)$ na vertikálne dopadajúcu rovinnú vlnu polarizovanú v smere z. V prípade 2D a 1D modelovania je simulované časové okno

50 s. Pseudoimpuzné odozvy vypočítané pre 3D, 2D a 1D modelovanie v prijímači na povrchu sedimentov $R271$ a v prijímači $R364$ umiestnenom na skalnom podloží sú vykreslené na Obr. 5.2 - 5.7.

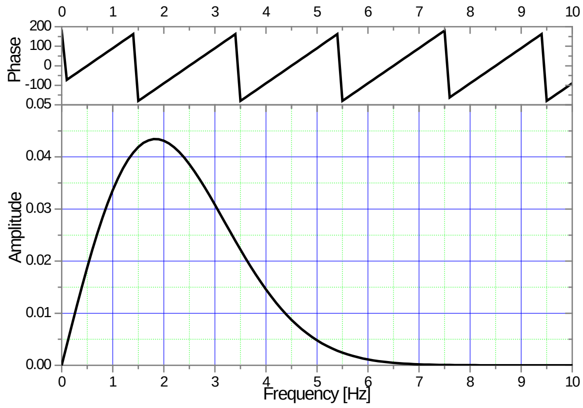
V prípade excitácie vlnového poľa bodovým zdrojom, dostaneme numerickými simuláciami v prijímačoch na voľnom povrchu pre každý zo 6 elementárnych moment tenzorov priebeh troch zložiek rýchlosti $s^{X,i}\,(t)$, $s^{Y,i}\,(t)$ a $s^{Z,i}\,(t)$, kde $i \in \{1, 2, \ldots, 6\}$. Časová funkcia zdroja $s_{TF}\,(t)$ predpisuje časový vývoj sklzu. Predpis použitej $s_{TF}\,(t)$ je

$$s_{TF}\,(t) = \int \left[\int p\,(t)\,\mathrm{d}t \right] \mathrm{d}t \tag{5.2}$$

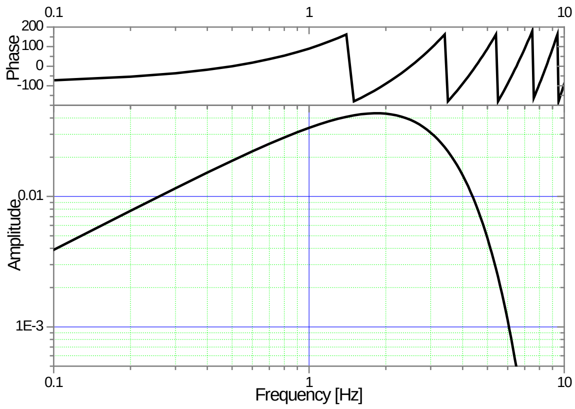
kde $p\,(t)$ je signál, ktorý sme použili ako vstupný signál v prípade dopadu rovinnej vlny. Časová funkcia zdroja je na Obr. (3.1). Simulované časové okno je 30 s.



Pseudoimpulzný vstupný signál rýchlosti

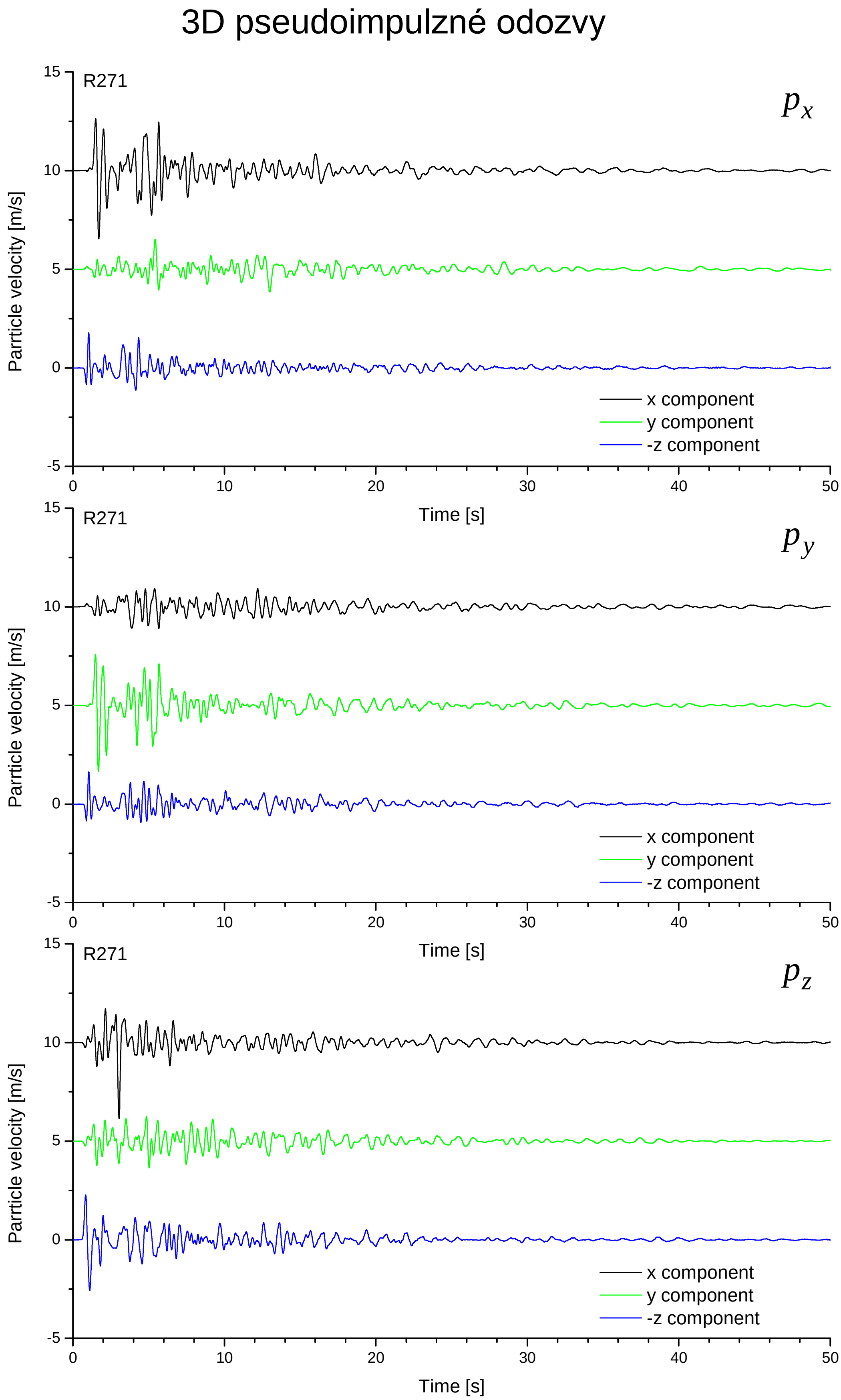


Amplitúdové a fázové Fourierove spektrum vstupného signálu

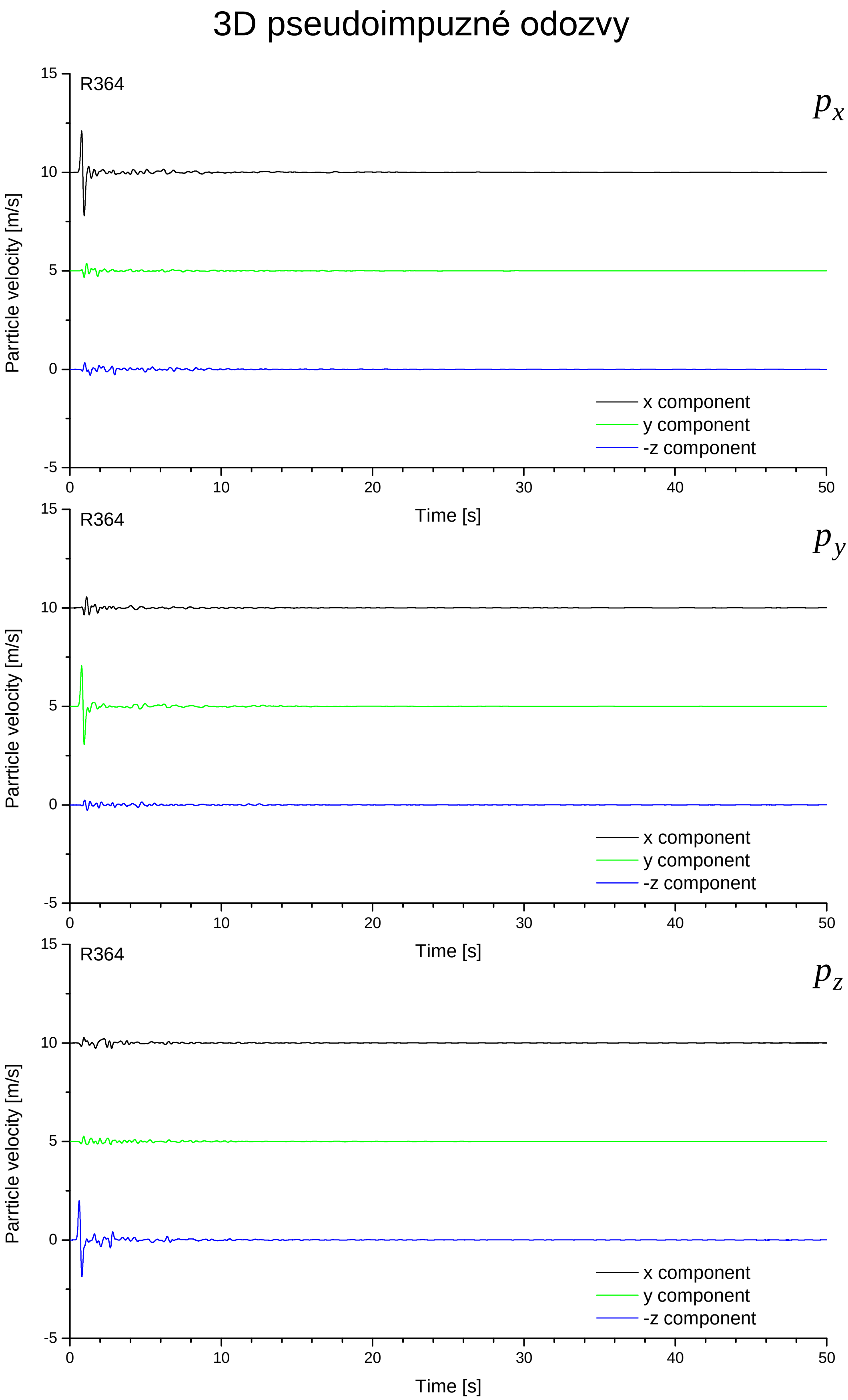


Loglog amplitúdové a log fázové
Fourierove spektrum vstupného signálu

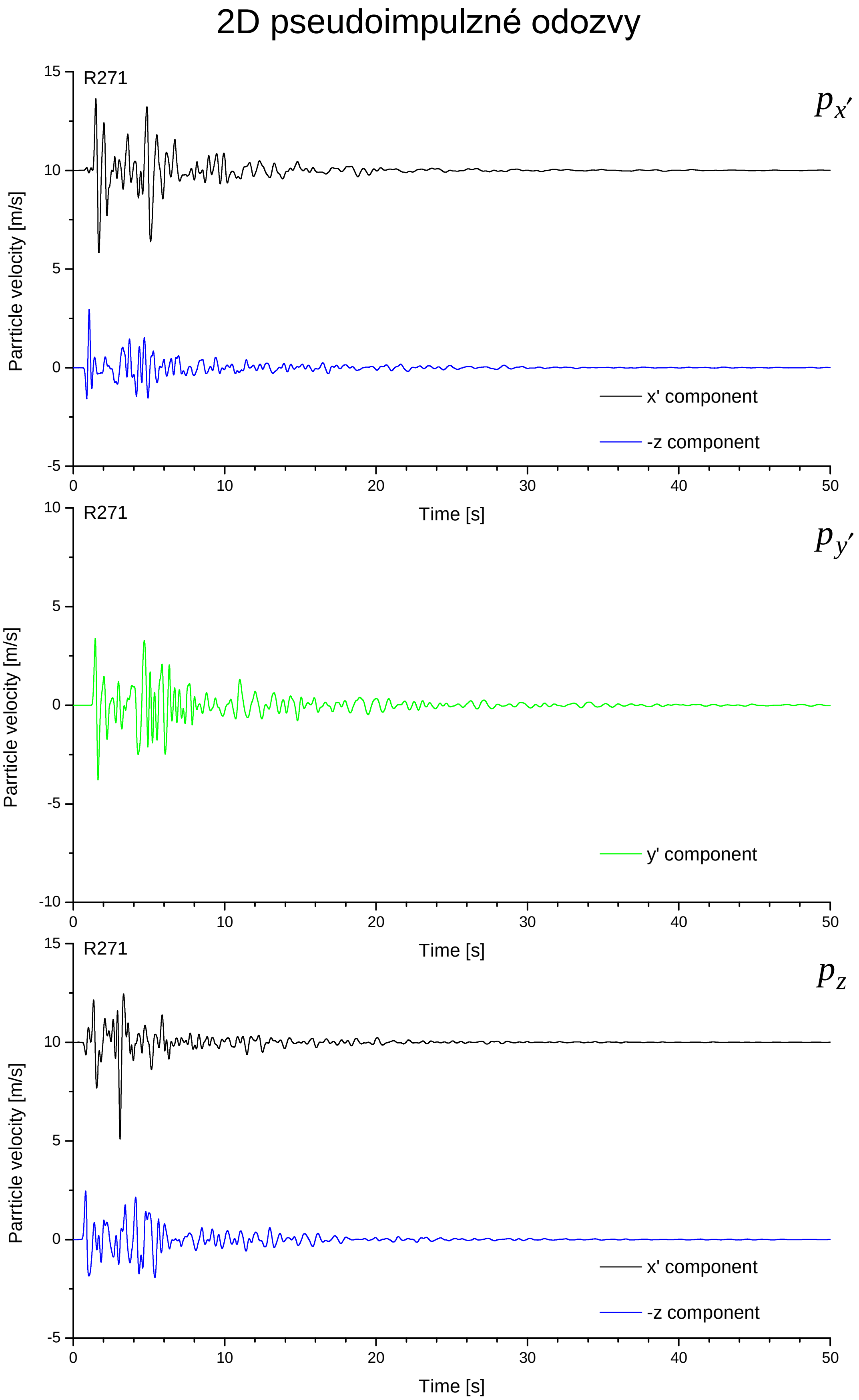
Obr. 5.1 Vstupný pseudoipulzný signál a jeho spektrum.



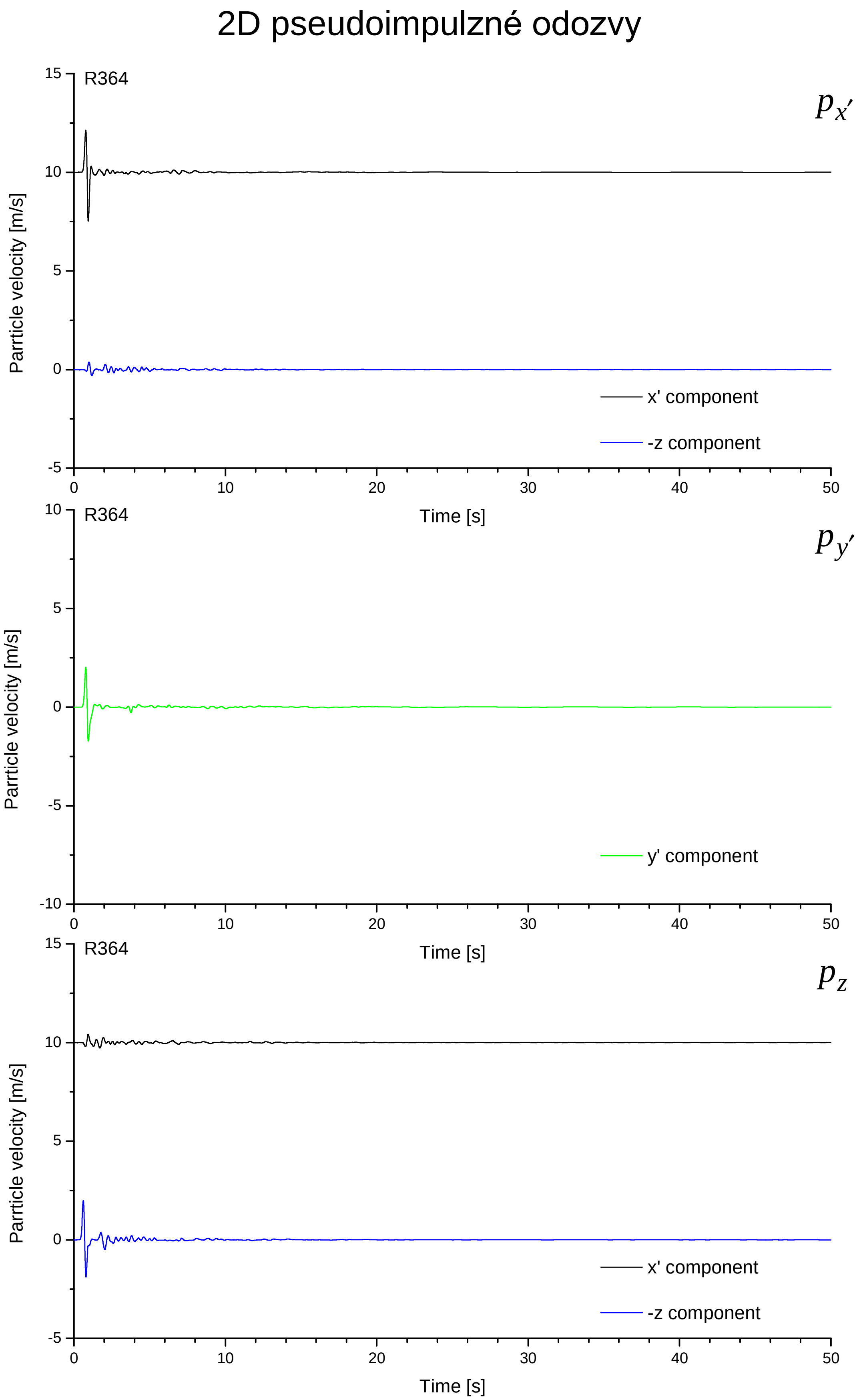
Obr. 5.2 Pseudoimpulzné odozvy v prijímači $R271$, umiestnenom na sedimentoch, na vstupný pseudoimpuzlný signál p_x, p_y, p_z, získané 3D modelovaním.



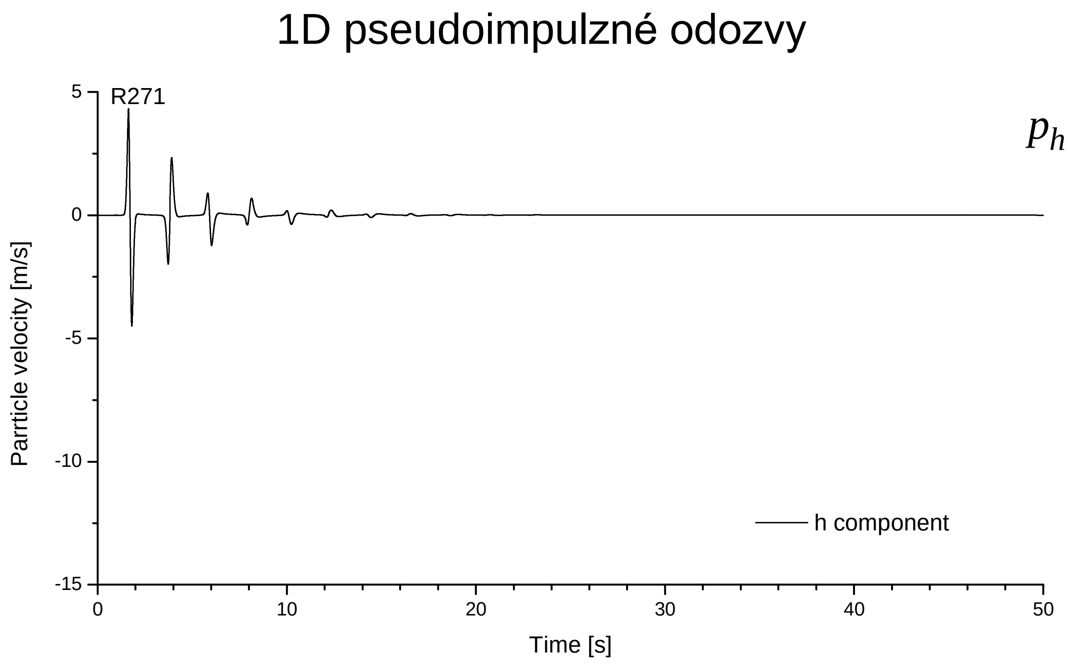
Obr. 5.3 Pseudoimpulzné odozvy v prijímači $R364$, umiestnenom na skalnom podloží, na vstupný pseudoimpuzlný signál p_x, p_y, p_z, získané 3D modelovaním.

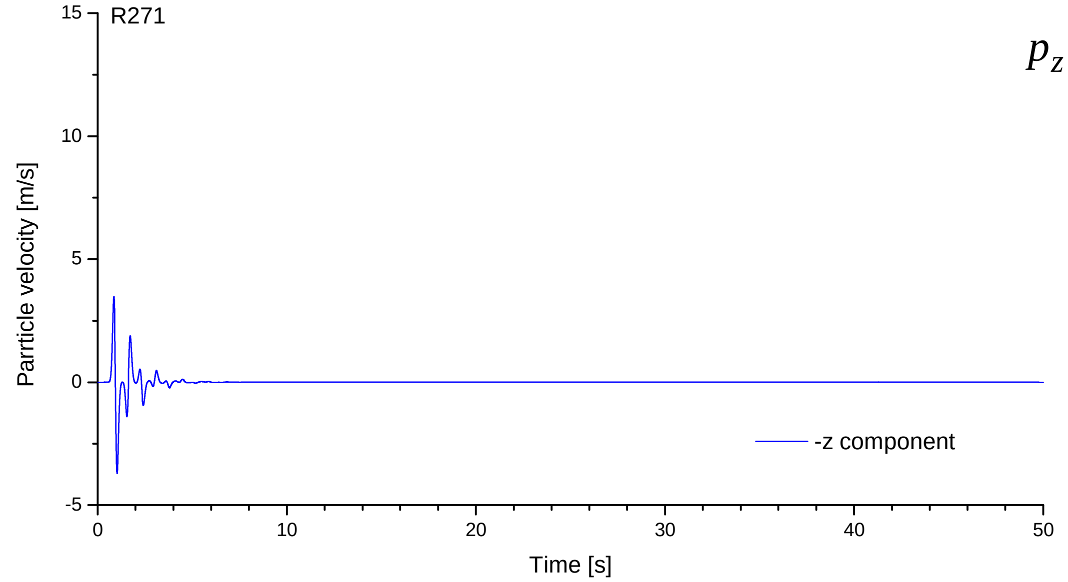


Obr. 5.4 Pseudoimpulzné odozvy v prijímači $R271$, umiestnenom na sedimentoch, na vstupný pseudoimpuzlný signál $p_{x'}$, $p_{y'}$, p_z, získané 3D modelovaním.

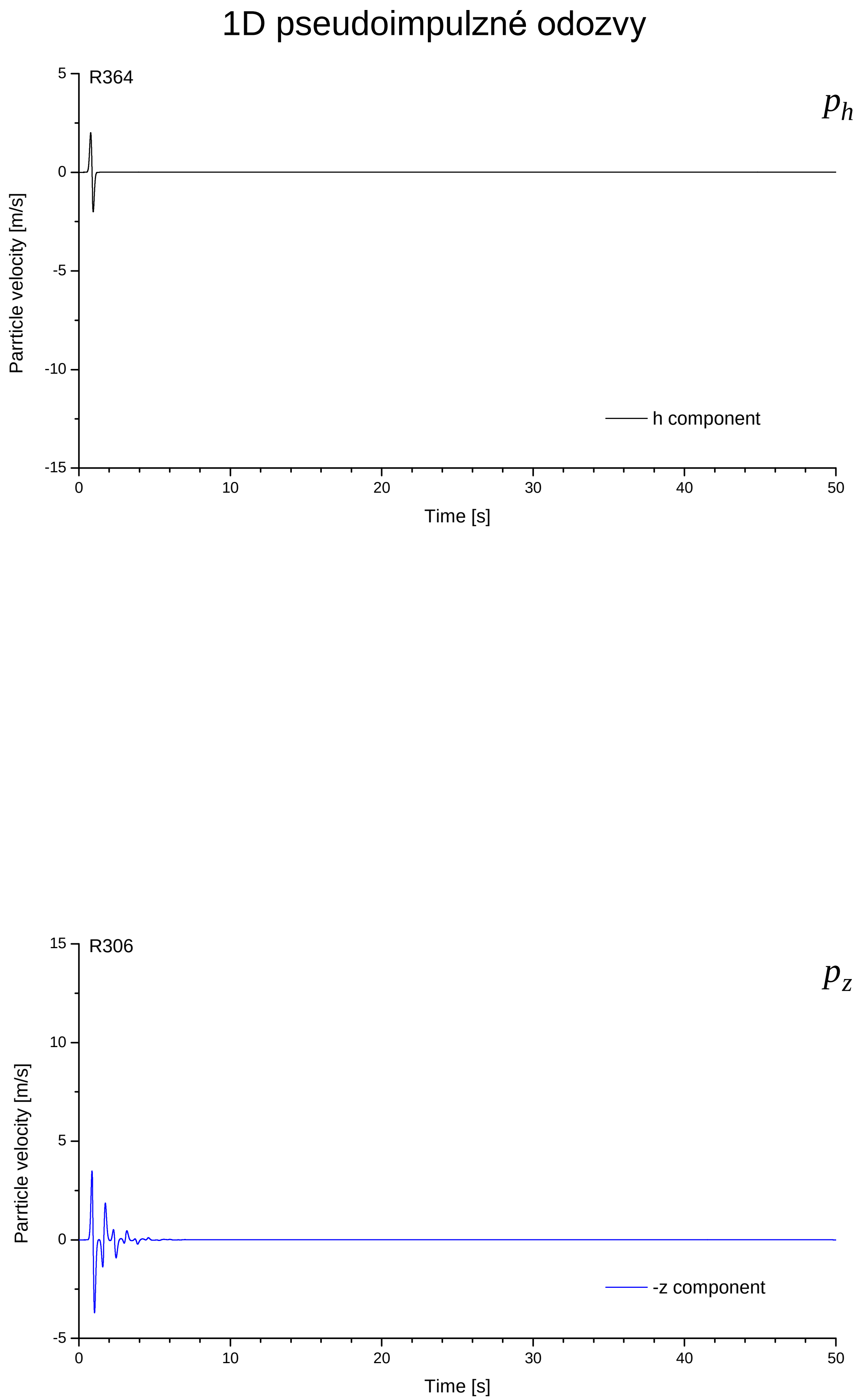


Obr. 5.5 Pseudoimpulzné odozvy v prijímači $R364$, umiestnenom na sedimentoch, na vstupný pseudoimpuzlný signál $p_{x'}$, $p_{y'}$, p_z, získané 3D modelovaním.





Obr. 5.6 Pseudoimpulzné odozvy v prijímači $R271$, umiestnenom na sedimentoch, na vstupný pseudoimpuzlný signál p_h, p_z, získané 3D modelovaním.



Obr. 5.7 Pseudoimpulzné odozvy v prijímači $R364$, umiestnenom na sedimentoch, na vstupný pseudoimpuzlný signál p_h, p_z, získané 3D modelovaním.

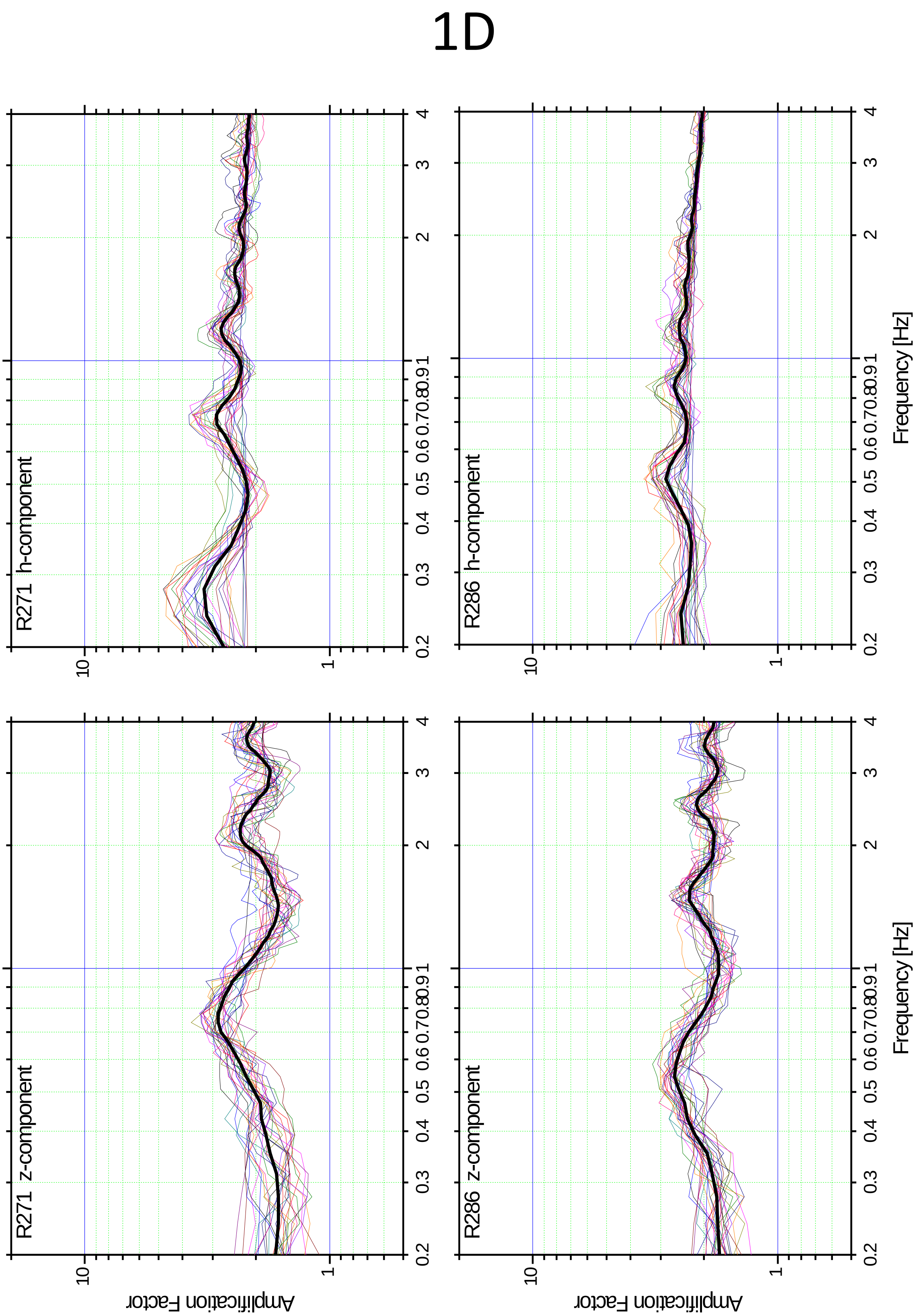
Kapitola 6

Amplifikačné faktory na voľnom povrchu sedimentárneho údolia

Amplifikačné faktory AF v prípade dopadu rovinnej vlny. Na obrázkoch 6.1 a 6.2 sú zobrazené amplifikačné faktory získané 1D modelovaním vertikálneho dopadu rovinnej vlny, pre 27 vybraných reálnych akcelerogramov. Amplifikačný faktor AF sme počítali štandardným postupom podľa (3.12).

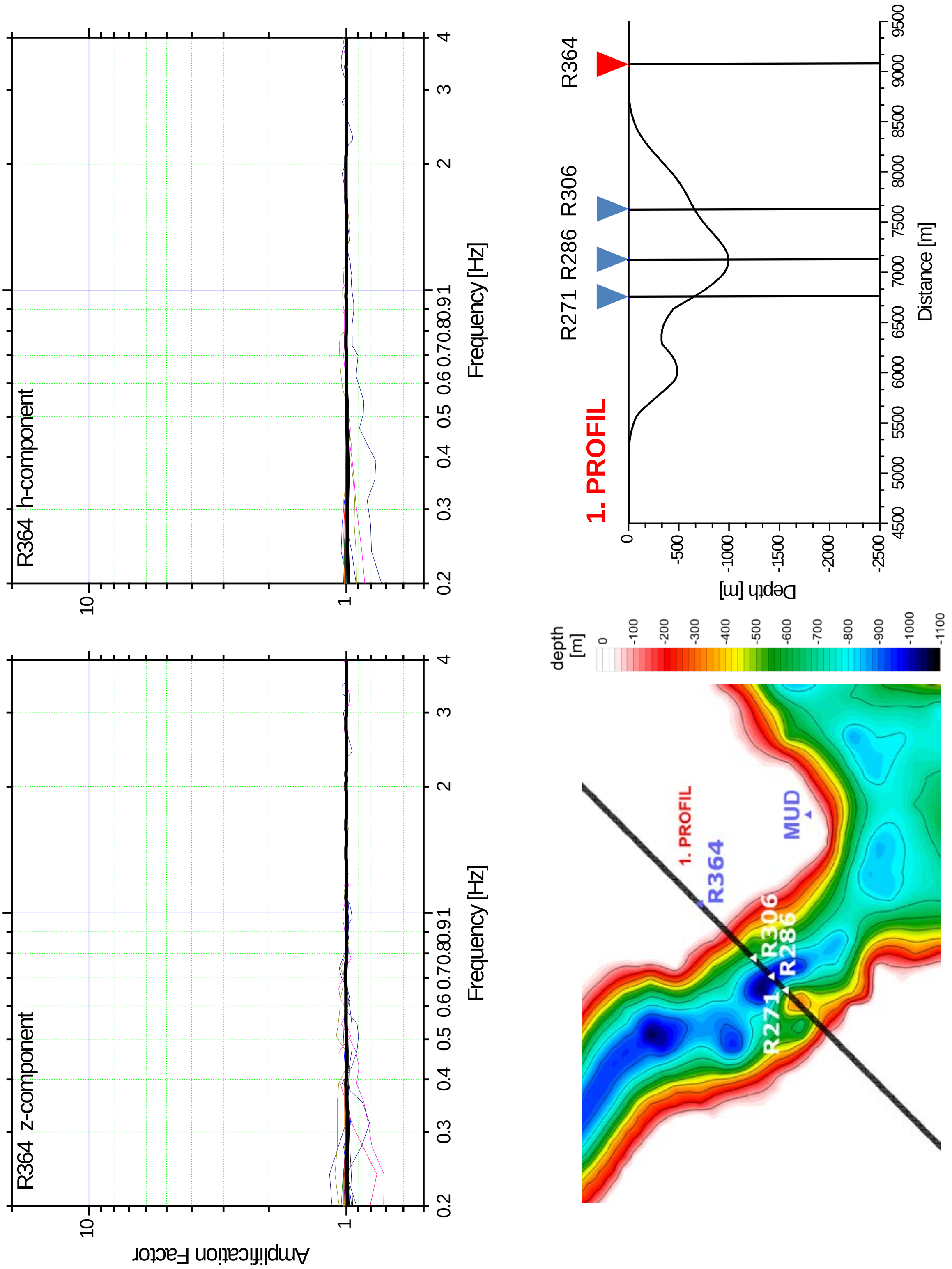
Ľavý panel obrázku 6.1 zobrazuje amplifikačné faktory pre vertikálnu z a horizontálnu h - zložku vybraného prijímača na povrchu sedimentov, pravý panel má rovnakú štruktúru. Na obrázku 6.2 ľavý panel zobrazuje AF pre z a h - zložku prijímača umiestneného na skalnom podloží. Hrubá čierna čiara, na každom obrázku, predstavuje priemerný amplifikačný faktor. Na pravom paneli je zobrazená poloha vybraných prijímačov v údolí. Obrázky 6.3 a 6.4 zobrazujú AF získané 2D modelovaním pre 27 vybraných reálnych akcelerogramov. Štruktúra obrázkov je rovnaká ako na obrázkoch 6.1 a 6.2 a analogicky, obrázky 6.5, 6.6 zobrazujú AF získané 3D modelovaním.

Najnižšia variabilita AF bola pozorovaná v prípade 1D modelovania, čo je dané tým, že nedochádza k ovplyvneniu inej zložky než tej, v ktorej smere bola rovinná vlna vyžiarená. Vo variabilite výsledkov 2D a 3D modelovania nepozorujeme výrazné rozdiely, pretože výsledky 2D simulácií sú spracované 3D postupom v rovine profilu a v smere kolmom na profil. Variabilita v prípade 1D modelovania v prijímači na skalnom podloží $R364$ súvisí s rozdielom medzi zjednodušenou prenosovou funkciou s konštantnou hodnotou 2 a skutočnou prenosovou funkciou polpriestoru. V prijímači $R364$, v prípade 2D a 3D modelovania, pozorujeme na z - zložke efekt vplyvu sedimentárneho údolia. Variabilita na z - zložke je výraznejšia ako na h - zložke vo všetkých prípadoch, no najvýraznejšia je v prípade 3D modelovania.



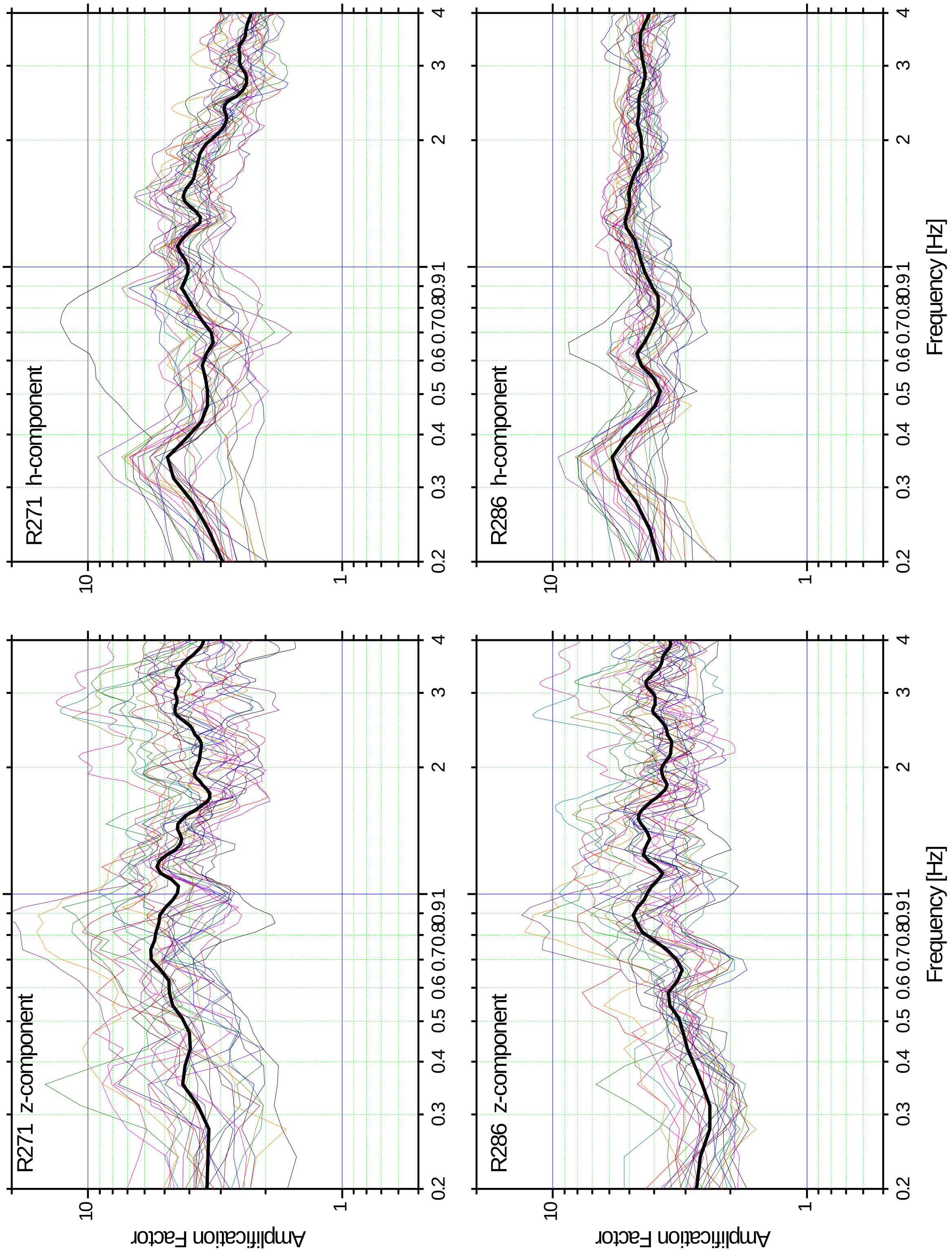
Obr. 6.1 Variabilita amplifikačných faktorov v prípade 1D modelovania vertikálne dopadajúcej rovinnej vlny pre prijímače umiestnené na sedimentoch. Ľavý panel: z a h - zložka amplifikačných faktorov pre prijímač $R271$. Pravý panel: z a h - zložka amplifikačných faktorov pre prijímač $R286$. Hrubá čierna čiara zobrazuje priemerný amplifikačný faktor.

1D



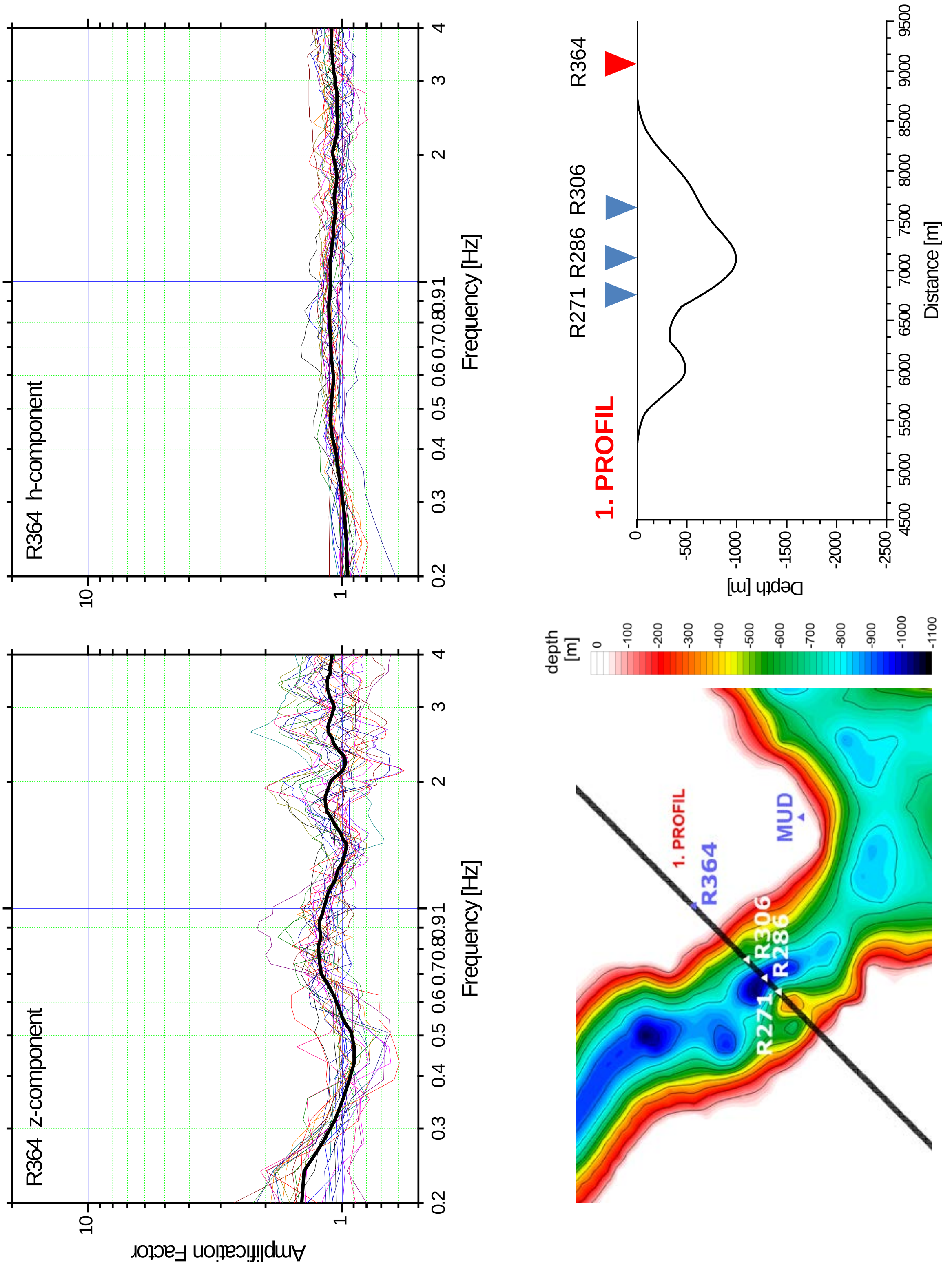
Obr. 6.2 Variabilita amplifikačných faktorov v prípade 1D modelovania pre prijímače umiestnené na skalnom podloží. Ľavý panel: z a h - zložka amplifikačných faktorov pre prijímač $R364$. Hrubá čierna čiara zobrazuje priemerný amplifikačný faktor. Pravý panel: poloha zvolených prijímačov v údolí.

2D



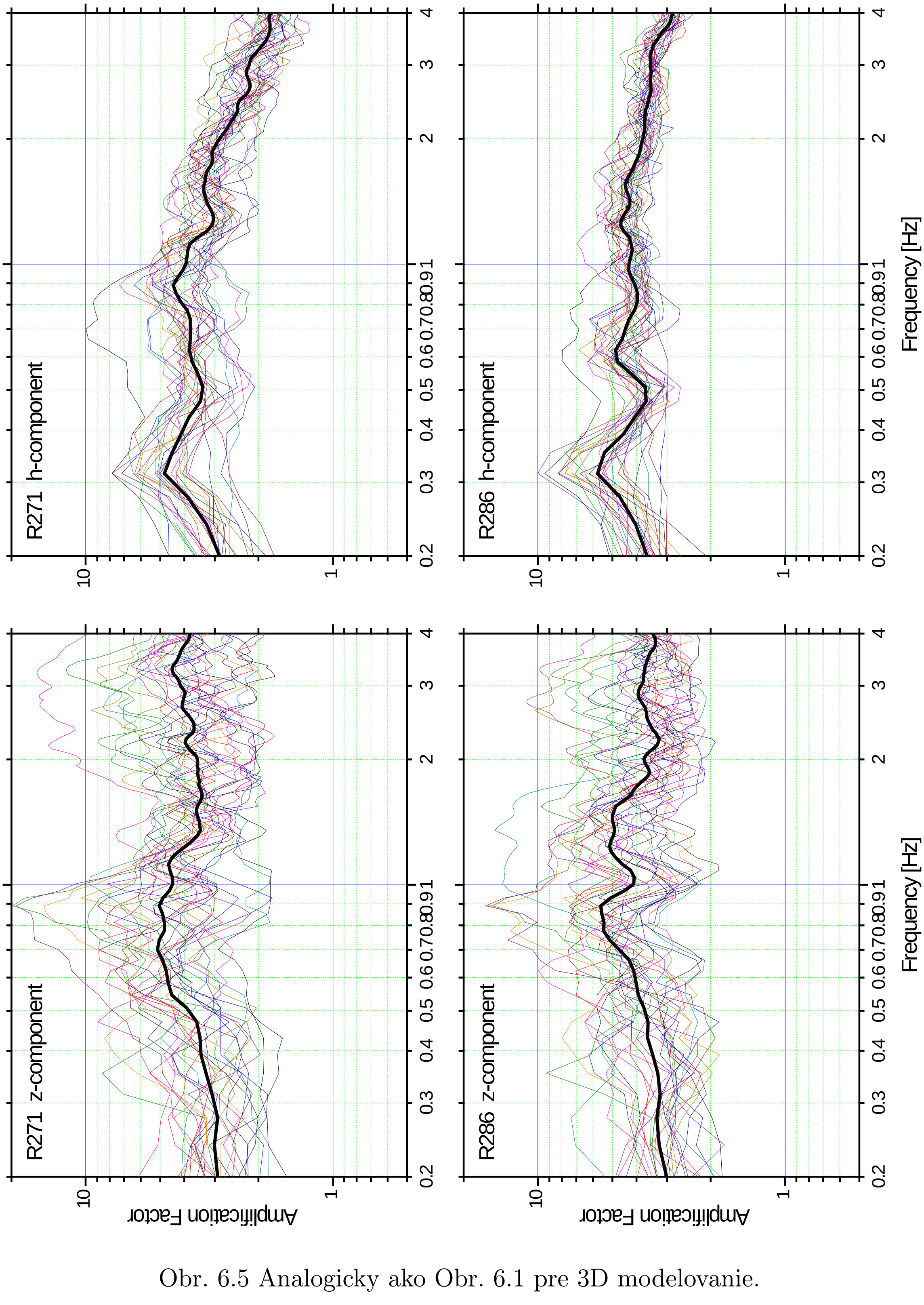
Obr. 6.3 Analogicky ako Obr. 6.1 pre 2D modelovanie.

2D



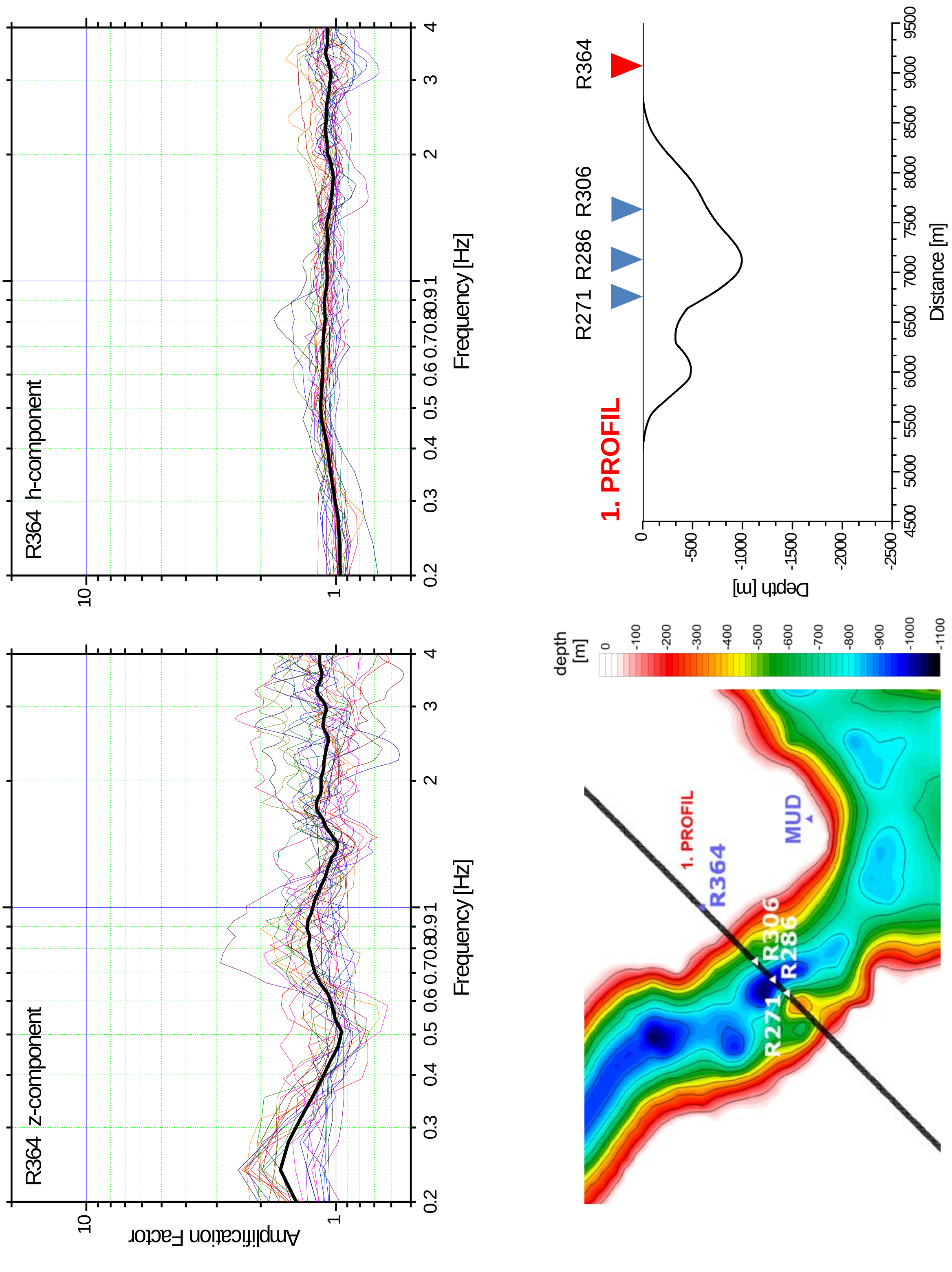
Obr. 6.4 Analogicky ako Obr. 6.2 pre 2D modelovanie.

3D



Obr. 6.5 Analogicky ako Obr. 6.1 pre 3D modelovanie.

3D



Obr. 6.6 Analogicky ako Obr. 6.2 pre 3D modelovanie.

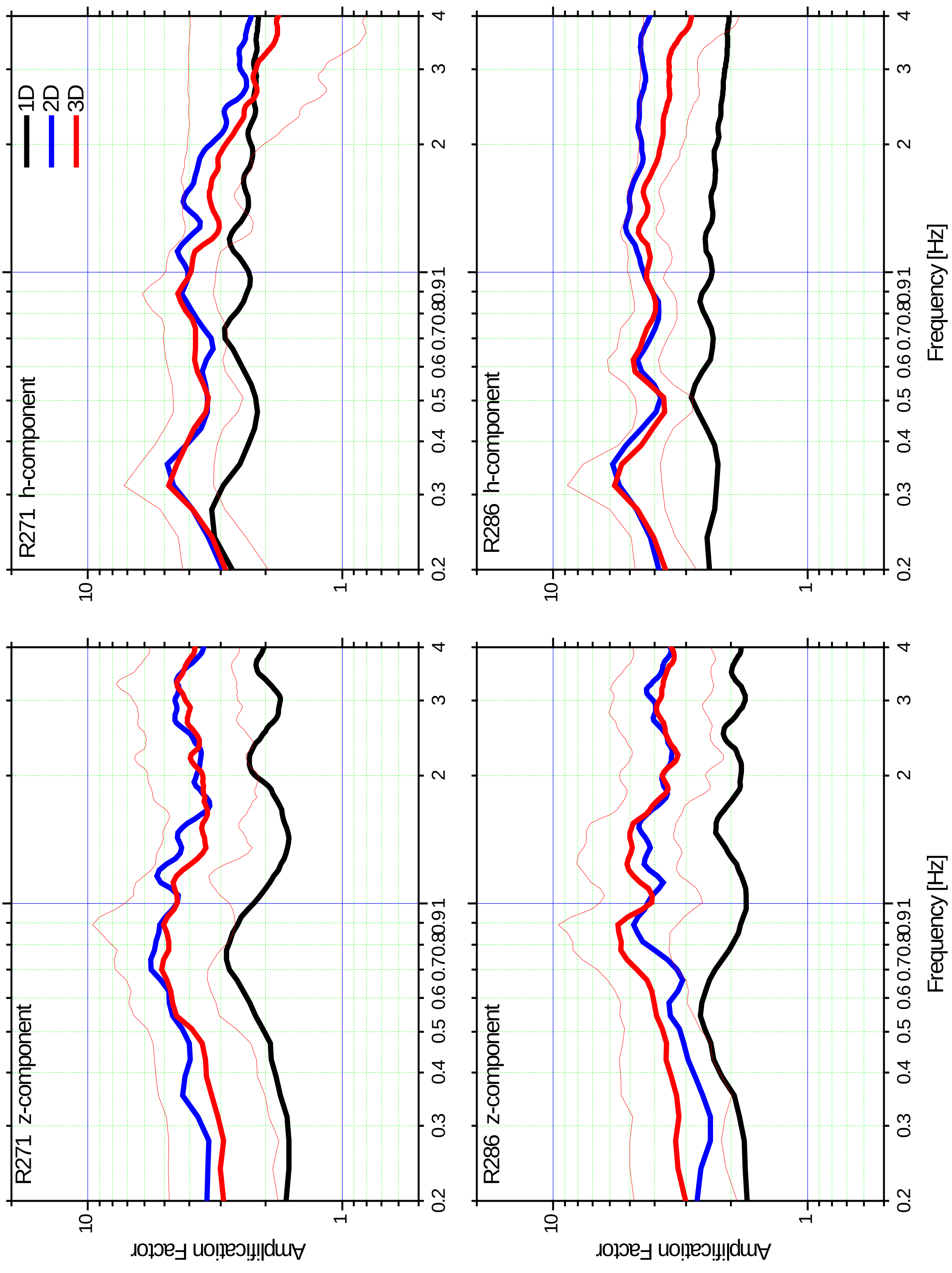
Porovnanie priemerných amplifikačných faktorov $\overline{AF}$ pre 3D, 2D a 1D modelovanie v prípade dopadu rovinnej vlny. Na obrázkoch 6.7 - 6.14 je zobrazené porovnanie priemerných amplifikačných faktorov, pre 27 vybraných akcelerogramov, vypočítaných štandardným postupom podľa vzťahu (3.14), pre 3D, 2D a 1D modelovanie v prípade excitácie vlnového poľa vertikálne dopadajúcou rovinnou vlnou.

Na obrázkoch 6.7 a 6.8 sú zobrazené priemerné amplifikačné faktory prípade 3D, 2D a 1D modelovania pre z a h - zložku vybraných prijímačov na povrchu sedimentov umiestnených na prvom profile údolia. Na pravom paneli obrázku 6.8 sú zobrazené polohy prijímačov. Analogicky, na obrázkoch 6.9, 6.10 a 6.11, 6.12 sú zobrazené priemerné amplifikačné faktory pre prijímače umiestnené na sedimentárnom podloží na druhom a treťom profile údolia. Na obrázkoch 6.13 a 6.14 sú zobrazené priemerné amplifikačné faktory pre prijímače umiestnené na skalnom podloží. Dve tenké červené čiary označujú $\pm$ štandardnú odchýlku priemerných amplifikačných faktorov získaných 3D modelovaním vypočítanú podľa (3.15). Na pravom paneli obrázku 6.14 sú zobrazené polohy prijímačov umiestnených na skalnom podloží.

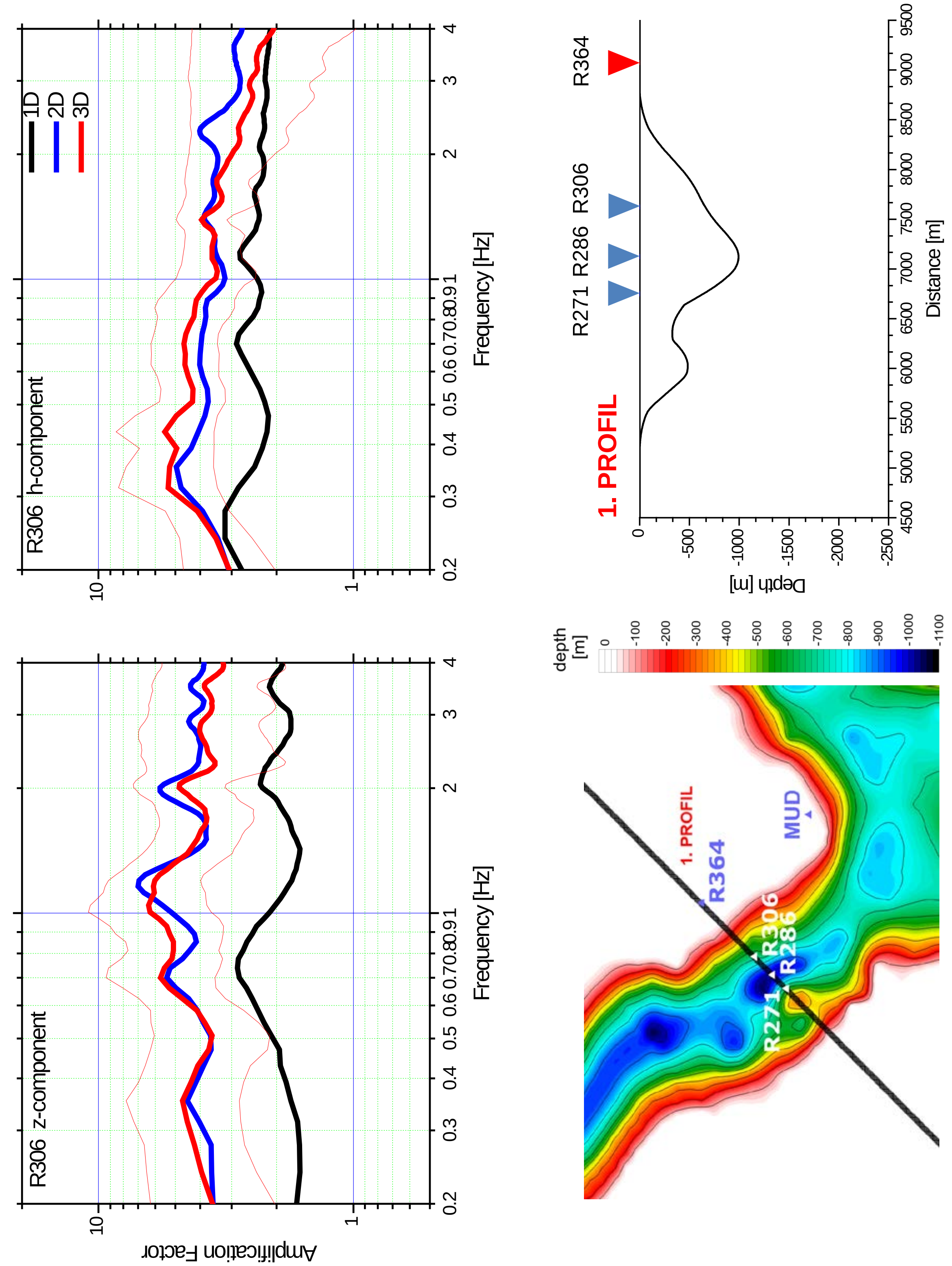
Z obrázkov je zrejmé, že 1D modelovanie výrazne podhodnocuje amplifikačné faktory vo všetkých prípadoch. Priemerné amplifikačné faktory získané pre prijímače na povrchu sedimentov umiestnené na prvom a treťom profile sú podobné. Vidíme, že 1D modelovanie je v takýchto prípadoch nepostačujúce, celkom dobré výsledky dostávame 2D modelovaním, aj keď v niektorých prípadoch amplifikačné faktory mierne nadhodnocuje.

Prijímač $R308$ je umiestnený na treťom profile, na veľmi plytkých sedimentoch v porovnaní s ostatnými prijímačmi na povrchu sedimentov. Z h - zložky amplifikačných faktorov, je zrejmé, že na popísanie seizmického pohybu nepostačuje ani 1D, ani 2D modelovanie, ktoré výrazne nadhodnocuje priemerné $\overline{AF}$. Efekt vzniká z dôvodu, že v prípade 1D a 2D sa energia môže rozptýliť iba do jedného alebo dvoch smerov. V prípade 3D modelovania sa energia rozptyľuje do celého okolia.

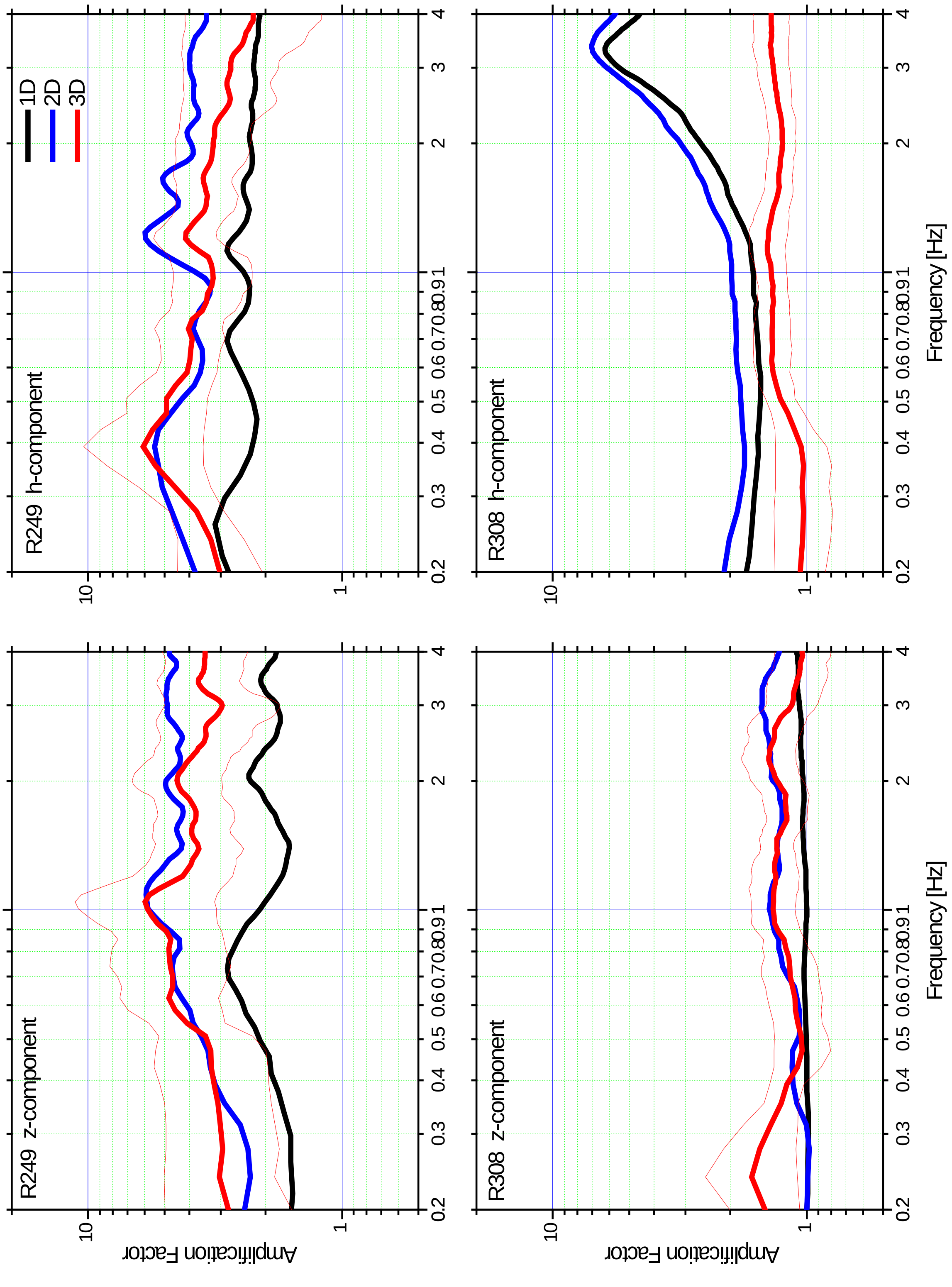
Efekt blízkosti sedimentárneho údolia sa prejavuje v prijímačoch na skalných podložiach, čo vidno hlavne na z - zložke.



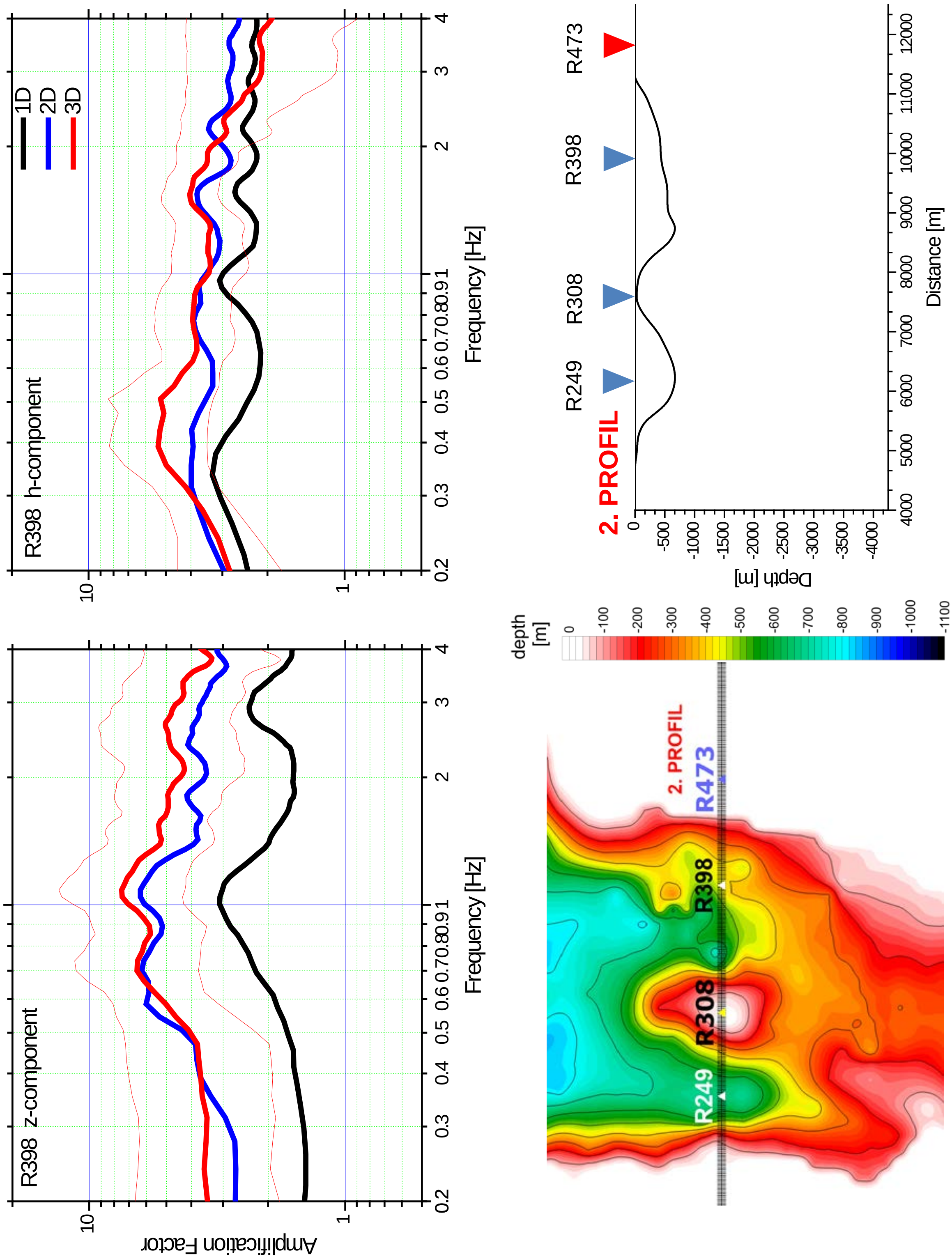
Obr. 6.7 Priemerné amplifikačné faktory v prípade 1D, 2D a 3D modelovania vertikálne dopadajúcej rovinnej vlny pre prijímače na povrchu sedimentov, umiestnené na prvom profile. Vrchný panel: z a h - zložka amplifikačných faktorov pre prijímač $R271$. Pravý panel: z a h - zložka amplifikačných faktorov pre prijímač $R286$. Dve tenké červené čiary označujú ± štandardnú odchýlku priemerných amplifikačných faktorov získaných 3D modelovaním.



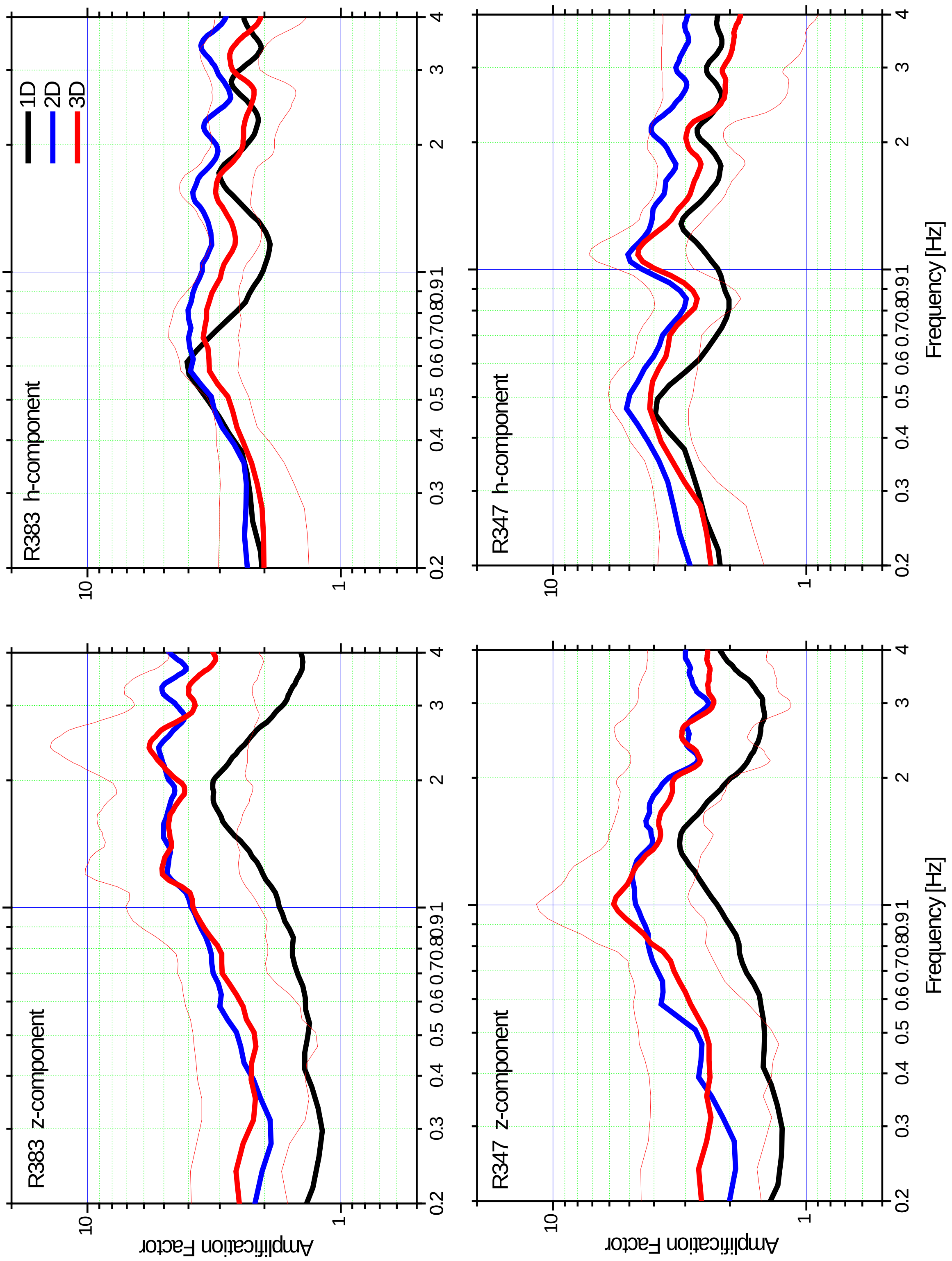
Obr. 6.8 Analogicky ako na obrázku 6.7, pre prijímač $R306$ na povrchu sedimentov. Pravý panel: poloha zvolených prijímačov v údolí.



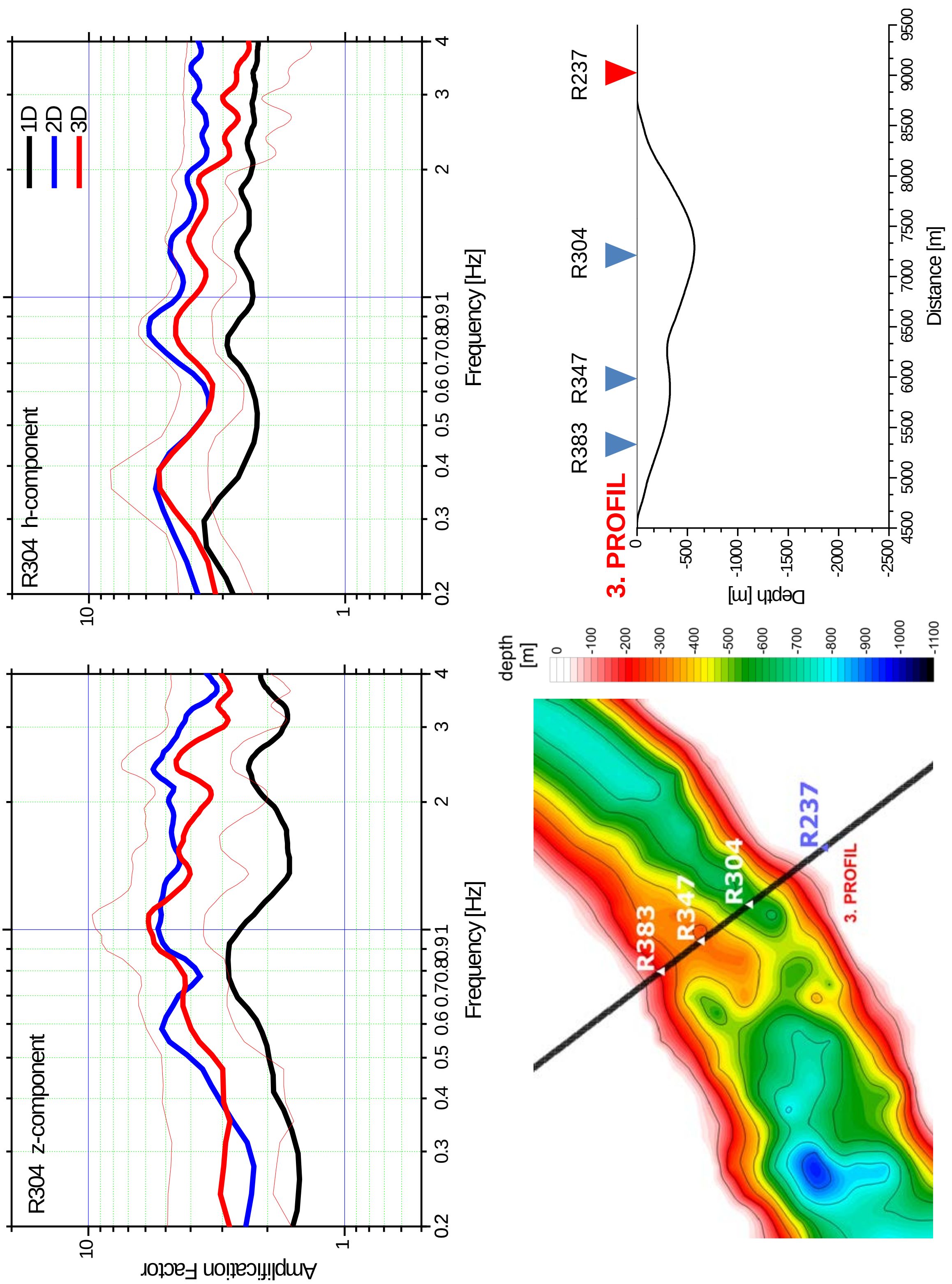
Obr. 6.9 Analogicky ako Obr. 6.7 pre prijímače 249 a 308 umiestnené na druhom profile.



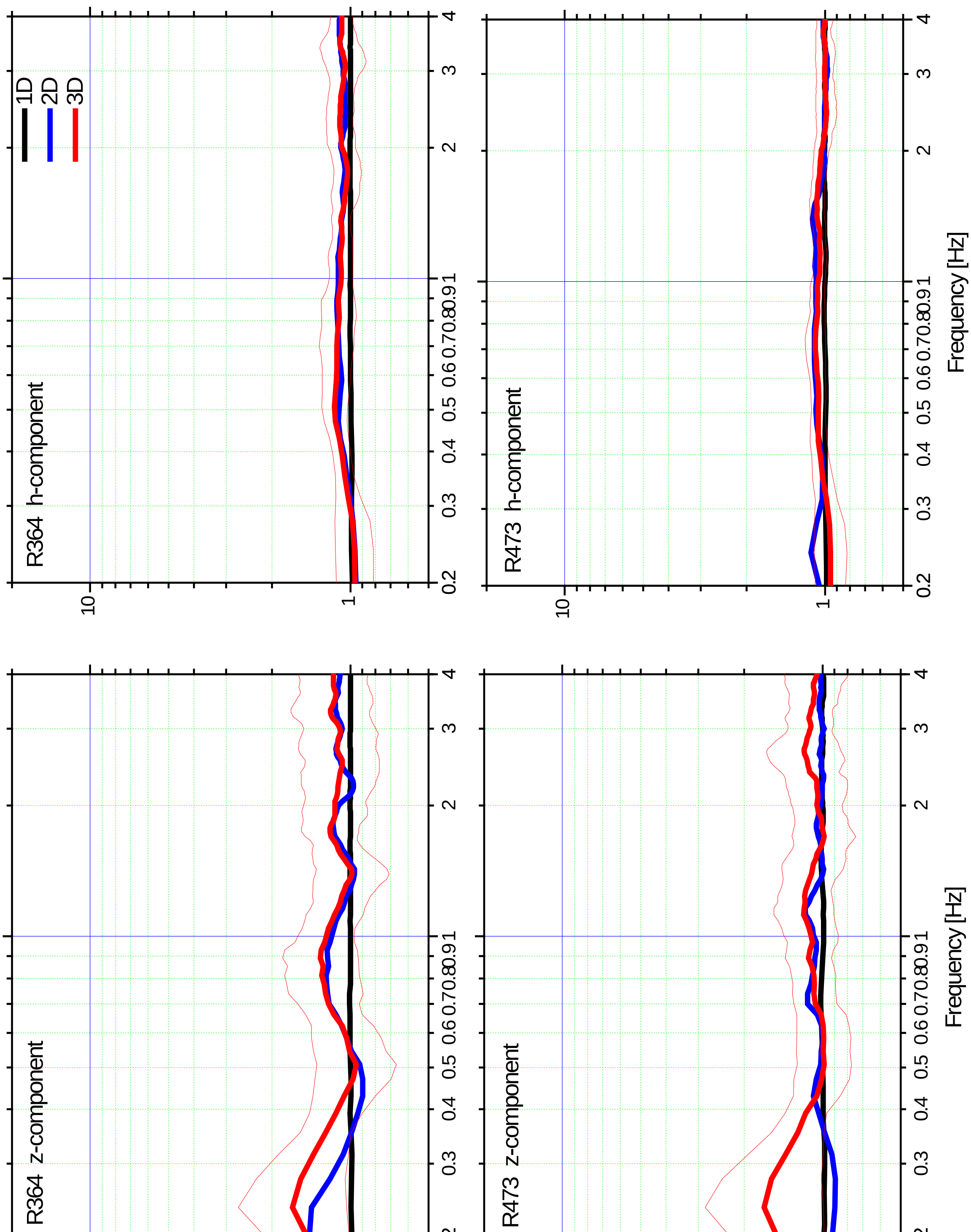
Obr. 6.10 Analogicky ako na obrázku 6.8, pre prijímač $R398$ umiestnený na druhom profile.



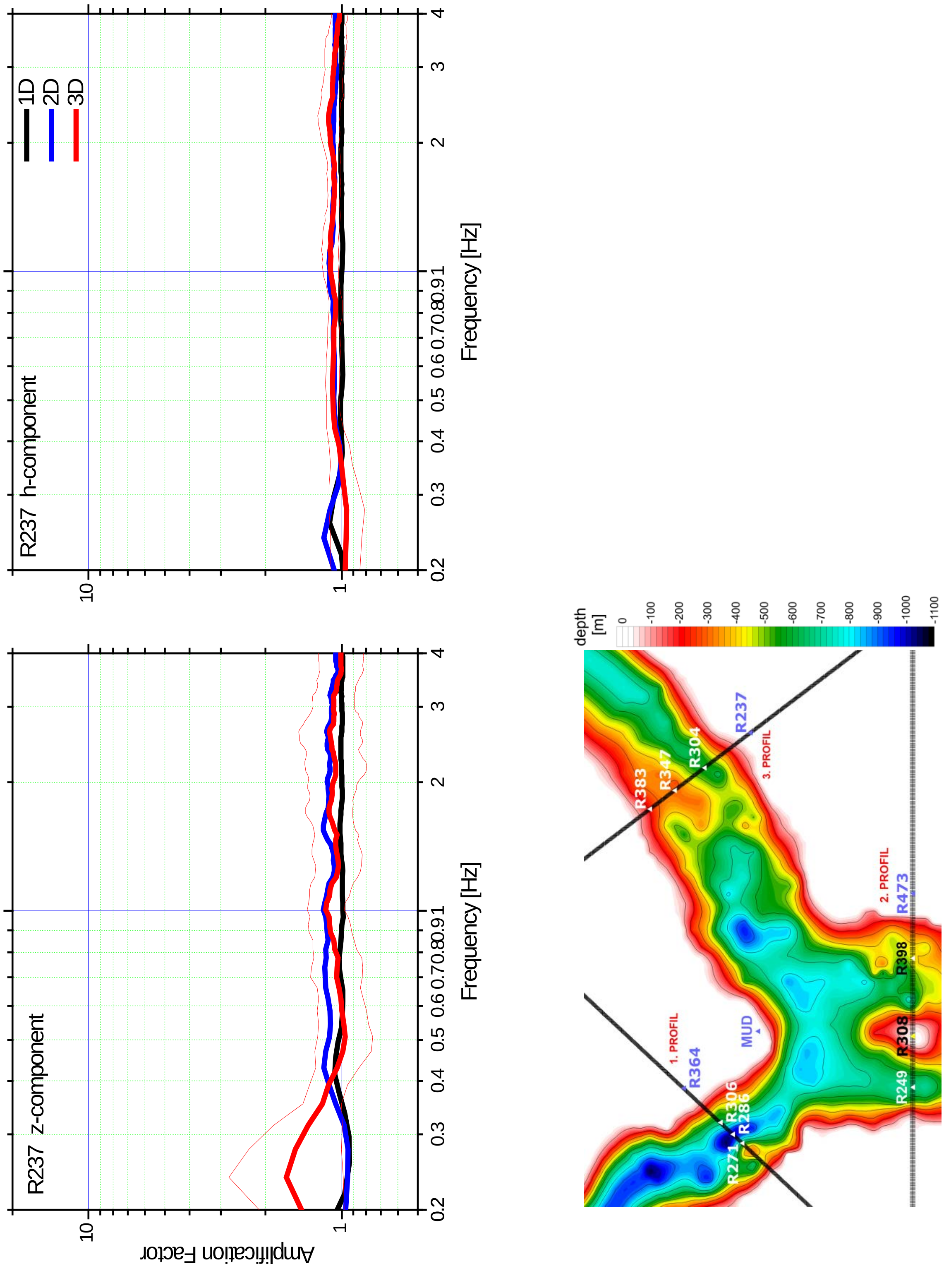
Obr. 6.11 Analogicky ako Obr. 6.7 pre prijímače 383 a 347 umiestnené na treťom profile.



Obr. 6.12 Analogicky ako na obrázku 6.8, pre prijímač $R304$ umiestnený na treťom profile.



Obr. 6.13 Analogicky ako Obr. 6.7 pre referenčné prijímače 364 a 473 umiestnené na prvom a druhom profile.

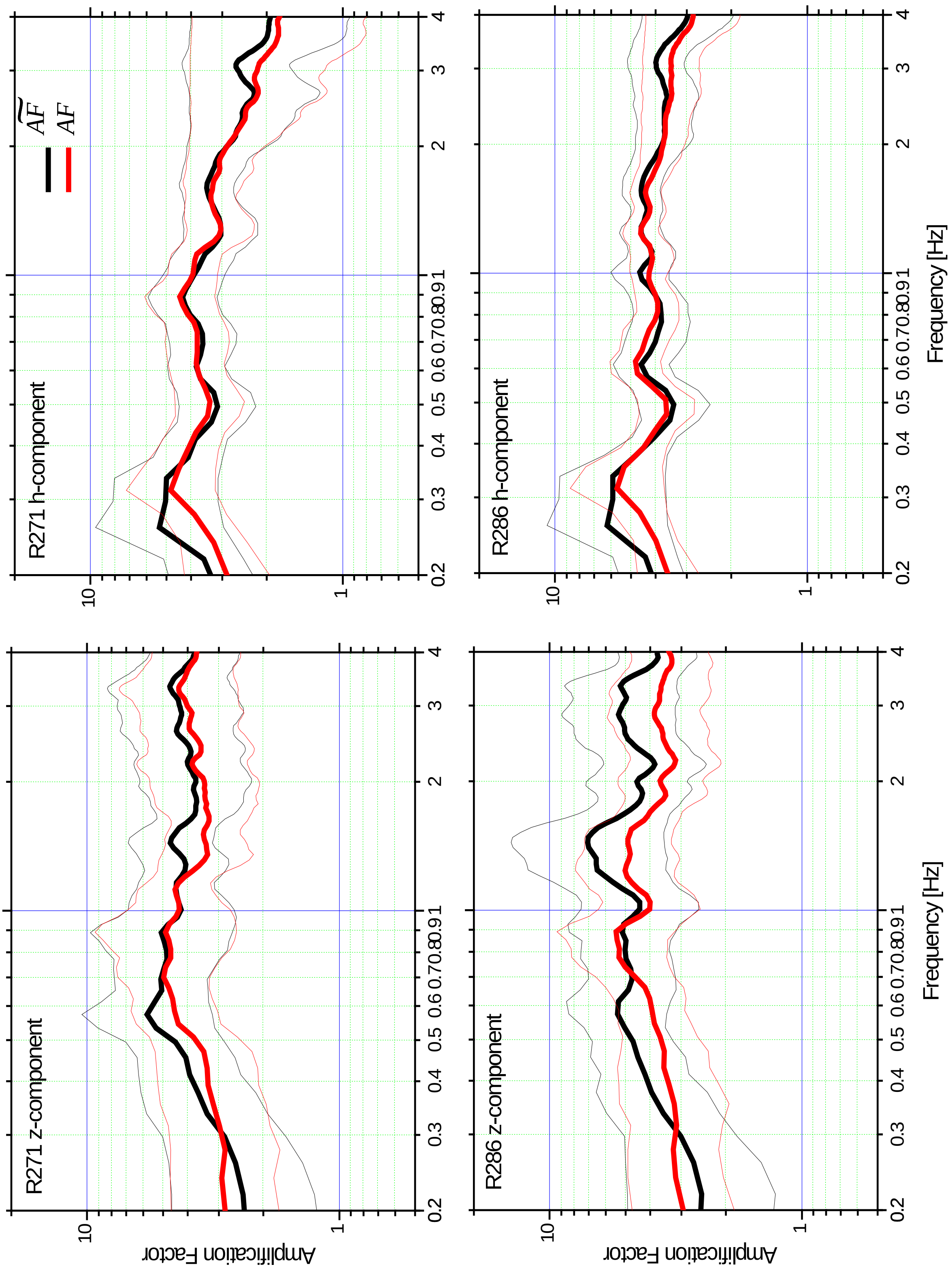


Obr. 6.14 Analogicky ako na obrázku 6.8, pre referenčný prijímač $R237$ umiestnený na treťom profile.

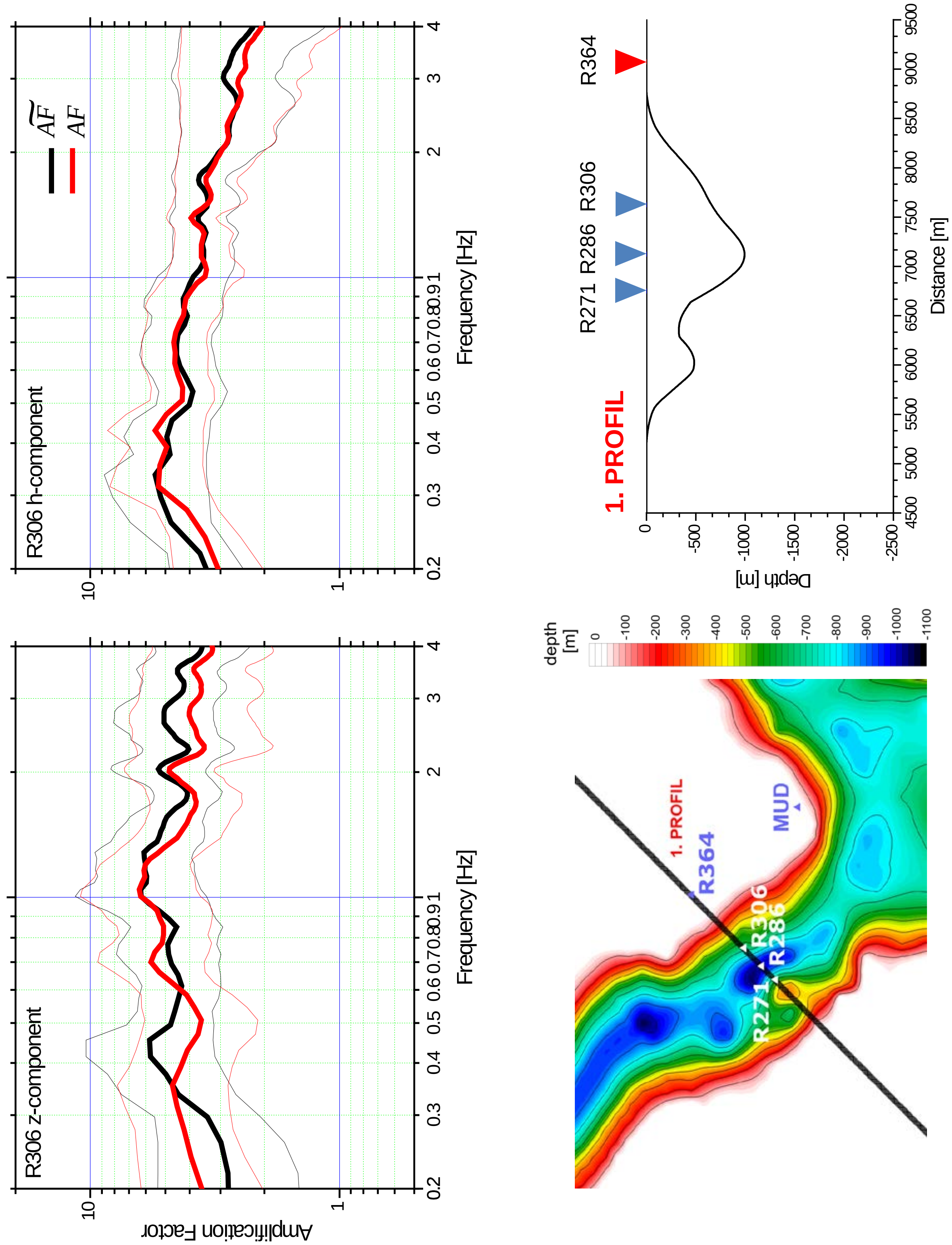
Porovnanie priemerných amplifikačných faktorov $\overline{AF}$ a $\overline{\widetilde{AF}}$ pre 3D modelovanie v prípade dopadu rovinnej vlny. Na obrázku 6.15 a 6.16 je zobrazené porovnanie priemerného amplifikačného faktora $\overline{AF}$, vypočítaného štandardným postupom 3D modelovaním, podľa vzťahu (3.14) a nami navrhnutým postupom, $\widetilde{AF}$, v prípade excitácie vlnového poľa vertikálne dopadajúcou rovinnou vlnou podľa vzťahu (3.45). Vo výpočte $\overline{\widetilde{AF}}$ v tomto porovnaní je referenčným prijímačom prijímač $R364$ umiestnený na skalnom podloží.

Ľavý panel na obrázku 6.15 zobrazuje priemerné amplifikačné faktory $\overline{AF}$ a $\overline{\widetilde{AF}}$ pre z a h - zložku prijímača $R271$ umiestneného na povrchu sedimentov. Analogicky, pravý panel pre $R286$. Na obrázku 6.16 sú zobrazené priemerné amplifikačné faktory $\overline{AF}$ a $\overline{\widetilde{AF}}$ pre z a h - zložku prijímača $R306$ na povrchu sedimentov. Dve tenké červené čiary označujú $\pm$ štandardnú odchýlku priemerných amplifikačných faktorov $\overline{AF}$ vypočítaných podľa vzťahu (3.15) a dve tenké čierne čiary označujú priemernú odchýlku $\overline{\widetilde{AF}}$ vypočítaných podľa (3.46). Pravý panel zobrazuje polohu prijímačov na prvom profile v údolí.

Vidíme, že novo definované $\widetilde{AF}$ sú konzistentné s klasickými AF. Odchýllky sú v medziach štandardných odchýlok, čo je dôkazom, že takéto novo definované $\widetilde{AF}$ môžeme používať.



Obr. 6.15 Priemerné amplifikačné faktory $\overline{AF}$ a $\overline{\widetilde{AF}}$ v prípade 3D modelovania vertikálne dopadajúcej rovinnej vlny pre prijímače na povrchu sedimentov umiestnené na prvom profile. Referenčný prijímač bol $R364$. Ľavý panel: z a h - zložka amplifikačných faktorov pre prijímač $R271$. Pravý panel: z a h - zložka amplifikačných faktorov pre prijímač $R286$. Dve tenké červené a čierne čiary označujú $\pm$ štandardnú odchýlku priemerných amplifikačných faktorov získaných 3D modelovaním.



Obr. 6.16 Analogicky ako na obrázku 6.15, pre prijímač $R306$ na povrchu sedimentov. Pravý panel: poloha zvolených prijímačov v údolí.

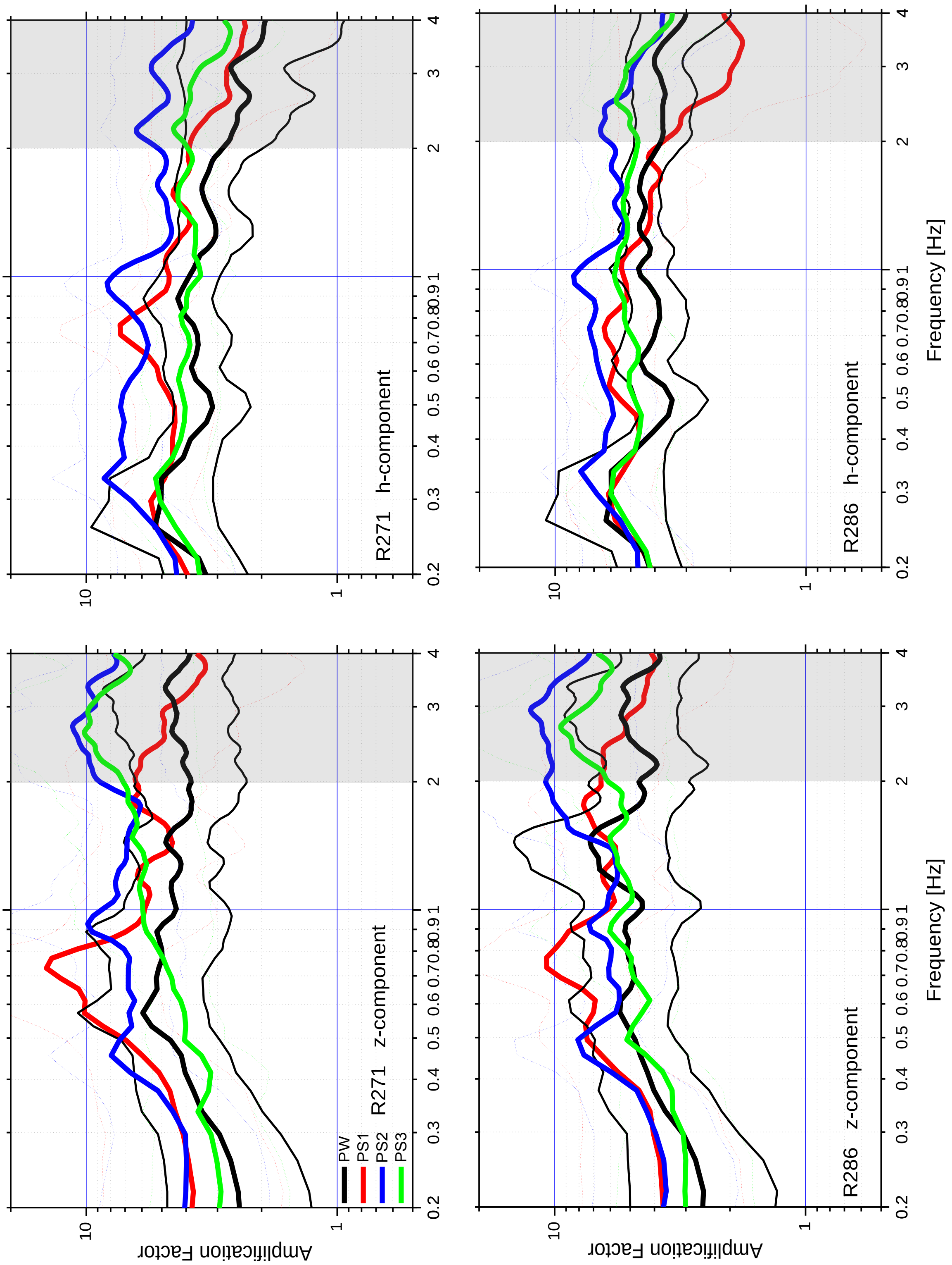
Porovnanie priemerných amplifikačných faktorov $\widetilde{\widetilde{AF}}$ pre 3D modelovanie s rôznou excitáciou vlnového poľa v prípade zvolených troch referenčných prijímačov umiestnených na príslušných profiloch. Na obrázkoch 6.17 - 6.22 je zobrazené porovnanie priemerných amplifikačných faktorov $\widetilde{\widetilde{AF}}$ získaných 3D modelovaním podľa (3.45), s rôznou excitáciou vlnového poľa. PW označuje vertikálne dopadajúcu rovinnú vlnu a PS1, PS2, PS3 sú označenia pre tri rôzne bodové zdroje. Polohy jednotlivých bodových zdrojov sú na obrázku 4.2. Referenčným prijímačom bol prijímač umiestený na skalnom podloží na príslušnom profile.

Na obrázkoch 6.17 a 6.18 sú zobrazené z a h - zložky priemerných amplifikačných faktorov $\widetilde{\widetilde{AF}}$ vybraných prijímačov na povrchu sedimentov umiestnených na prvom profile údolia. Vypočítané sú pomocou vzťahu (3.45). Na pravom paneli na obrázku 6.18 sú zobrazené polohy prijímačov. Analogicky, na obrázkoch 6.19, 6.20 a 6.21, 6.22 sú zobrazené priemerné amplifikačné faktory $\widetilde{\widetilde{AF}}$ pre prijímače umiestnené na druhom a treťom profile údolia. V príslušných farbách sú tenkou čiarou naznačené krivky štandardných odchýlok vypočítaných podľa vzťahu (3.46). Šedá časť označuje interval frekvencií, ktoré môžu byť ovplyvnené sieťovou disperziou.

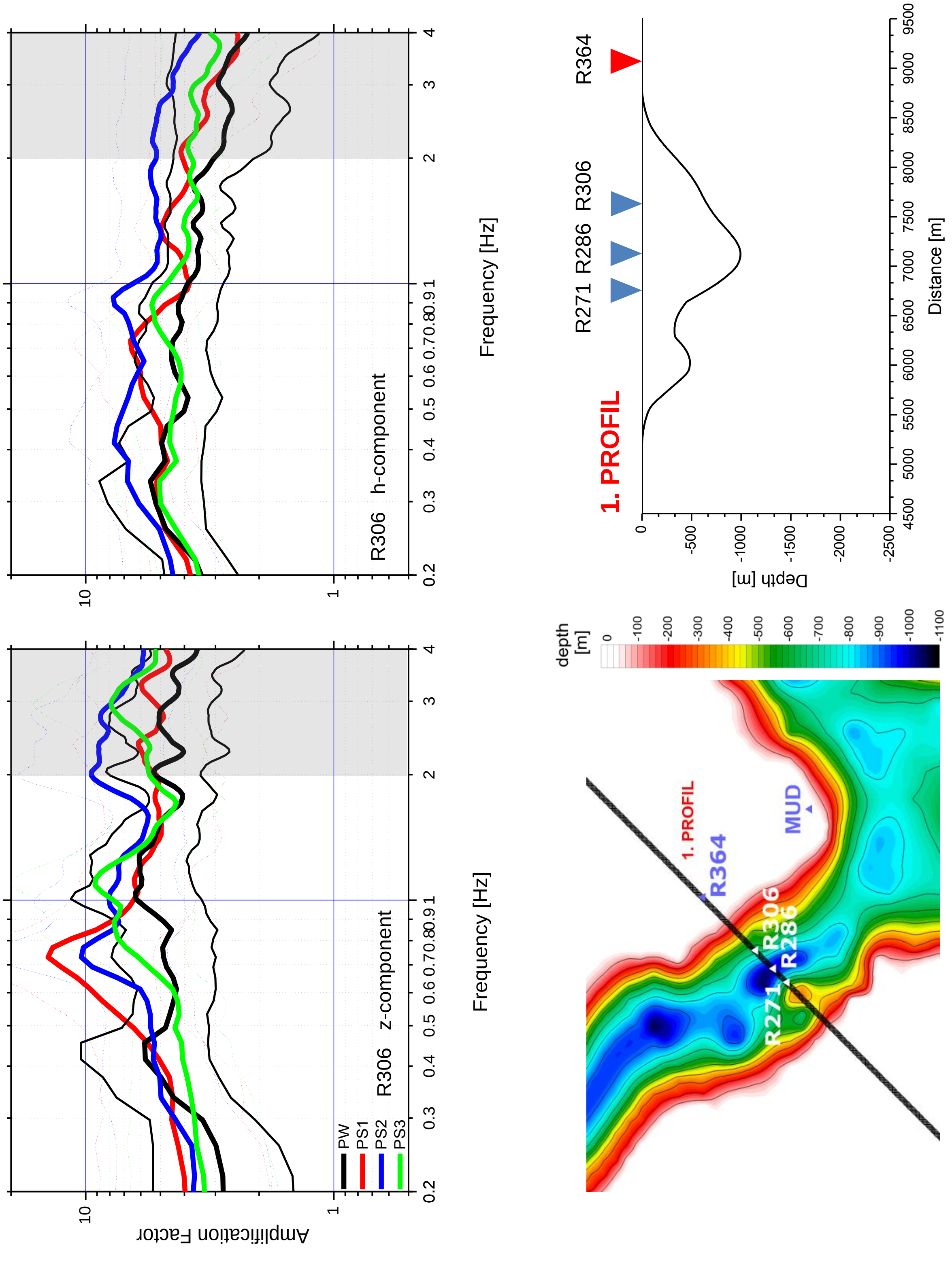
Medzi všetkými amplifikačnými faktormi pozorujeme celkom dobrú zhodu, v mnohých prípadoch je amplifikačny faktor pre PW spodným odhadom. V prípade bodových zdrojov pozorujeme v niektorých prijímačoch zosilnenie na všetkých frekvenciách, niekde iba na určitom intervale frekvencií ako napríklad v prijímačoch $R271$ a $R306$. Pre bodový zdroj PS2 sú v prijímači $R271$ vyššie hodnoty $\widetilde{\widetilde{AF}}$, čo je spôsobené vzdialenejšou polohou skalného prijímača $R364$ od PS2. Na príklade prijímača $R271$ vidíme, že niektoré frekvencie sú obzvlášť citlivé na spôsob excitácie vlnového poľa.

Najkonzistentnejšie výsledky pozorujeme v prípade tretieho profilu. Môžeme konštatovať, že klasický prístup, keď sme vlnové pole excitovali rovinnou vlnou, je postačujúci. Zo z - zložky amplifikačných faktorov $\widetilde{\widetilde{AF}}$ vidíme, že amplifikačné faktory do bodových zdrojov dávajú mierne vyššie hodnoty.

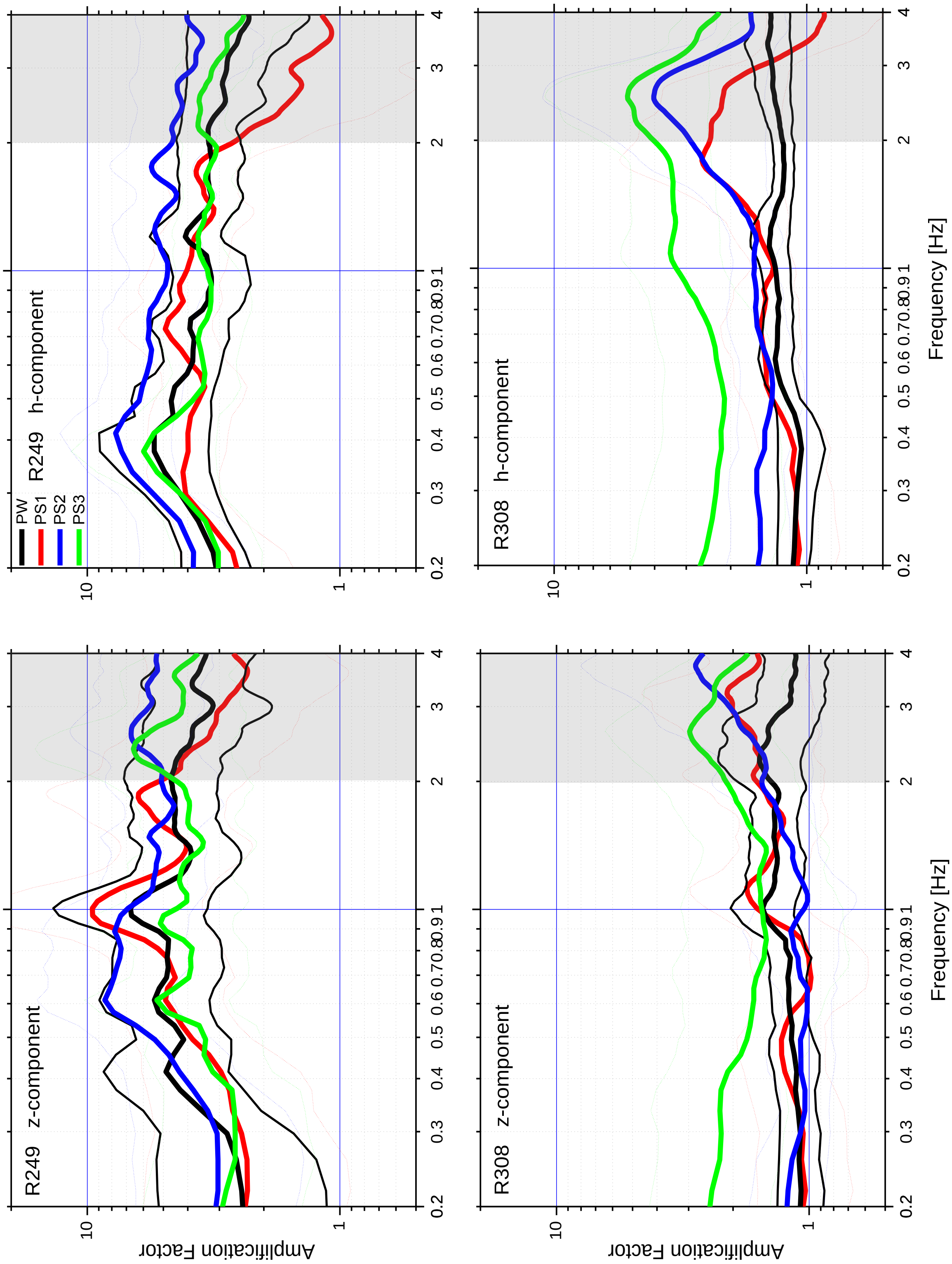
Všetky uvedené grafy majú ilustratívny charakter. Takýto typ modelovania možno spraviť pre známu polohu ohniskovej oblasti, alebo pre známu polohu očakávaného ohniska, ktoré najviac prispieva k seizmickému ohrozeniu. Ak takáto oblasť nie je známa, je nutné vykonať väčšiu sériu porovnaní pre viac bodových zdrojov zo všetkých možných scenárov. Následne vybrať obálku $\widetilde{\widetilde{AF}}$ v závislosti na preferovanom konzervativizme. Vzhľadom ku konkrétnej aplikácii môžeme tiež zvoliť strednú hodnotu alebo inú štatistickú veličinu. Dobrým príkladom je prijímač $R308$, v tomto prípade by najvhodnejším postupom bolo zvoliť viac bodových zdrojov a následne z určiť obálku $\widetilde{\widetilde{AF}}$.



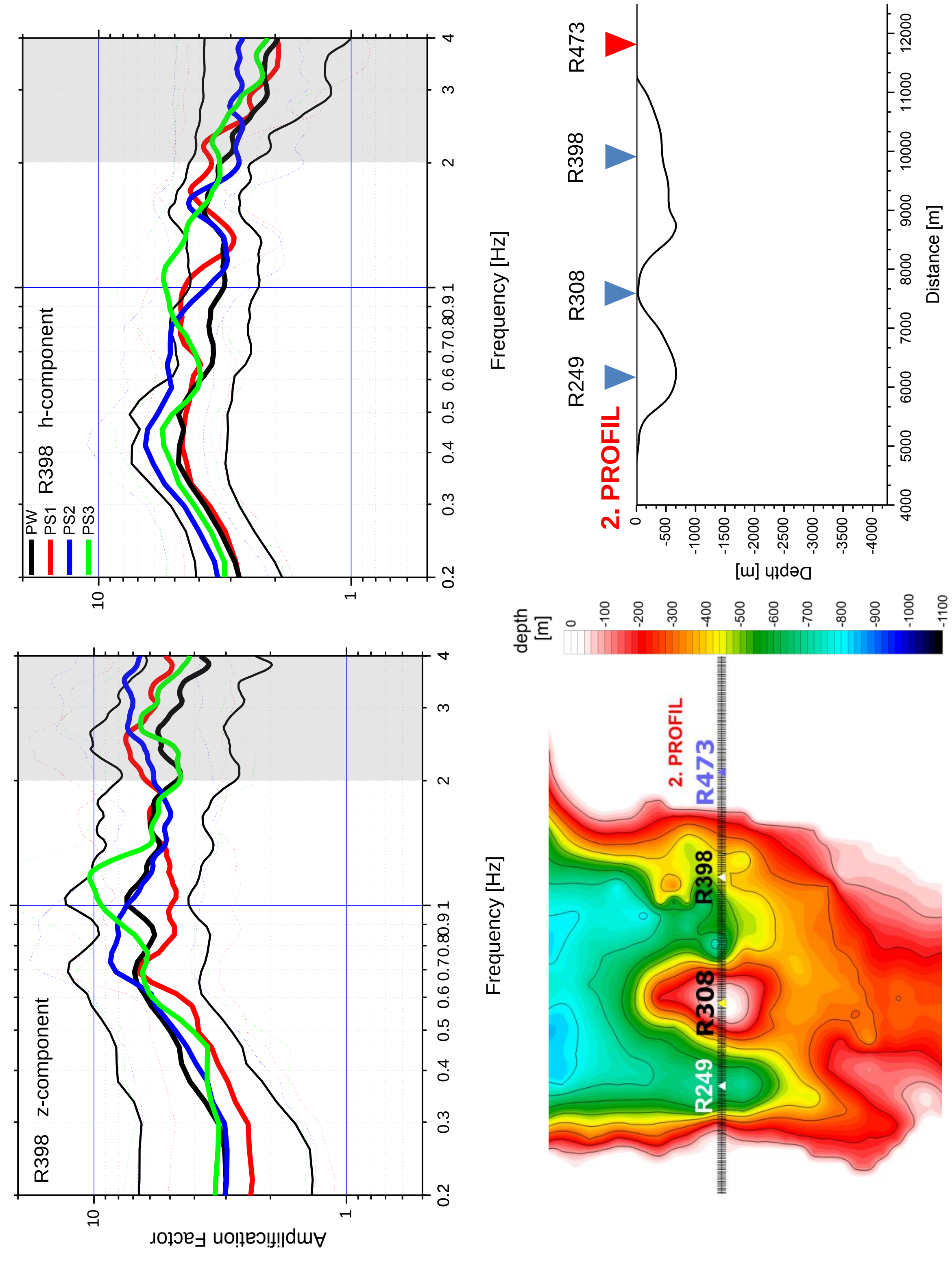
Obr. 6.17 Priemerné amplifikačné faktory v prípade excitácie vlnového poľa rovinnou vlnou (PW) a bodovými zdrojmi (PS1, PS2, PS3) pre prijímače na povrchu sedimentov umiestnené na prvom profile. Referenčný prijímač bol $R364$. Šedá časť označuje interval frekvencií, ktoré môžu byť ovplyvnené sieťovou disperziou. Ľavý panel: z a h - zložka amplifikačných faktorov pre prijímač $R271$. Pravý panel: z a h - zložka amplifikačných faktorov pre prijímač $R286$. V príslušných farbách sú tenkou čiarou naznačené krivky štandardných odchýlkok priemerných amplifikačných faktorov získaných 3D modelovaním.



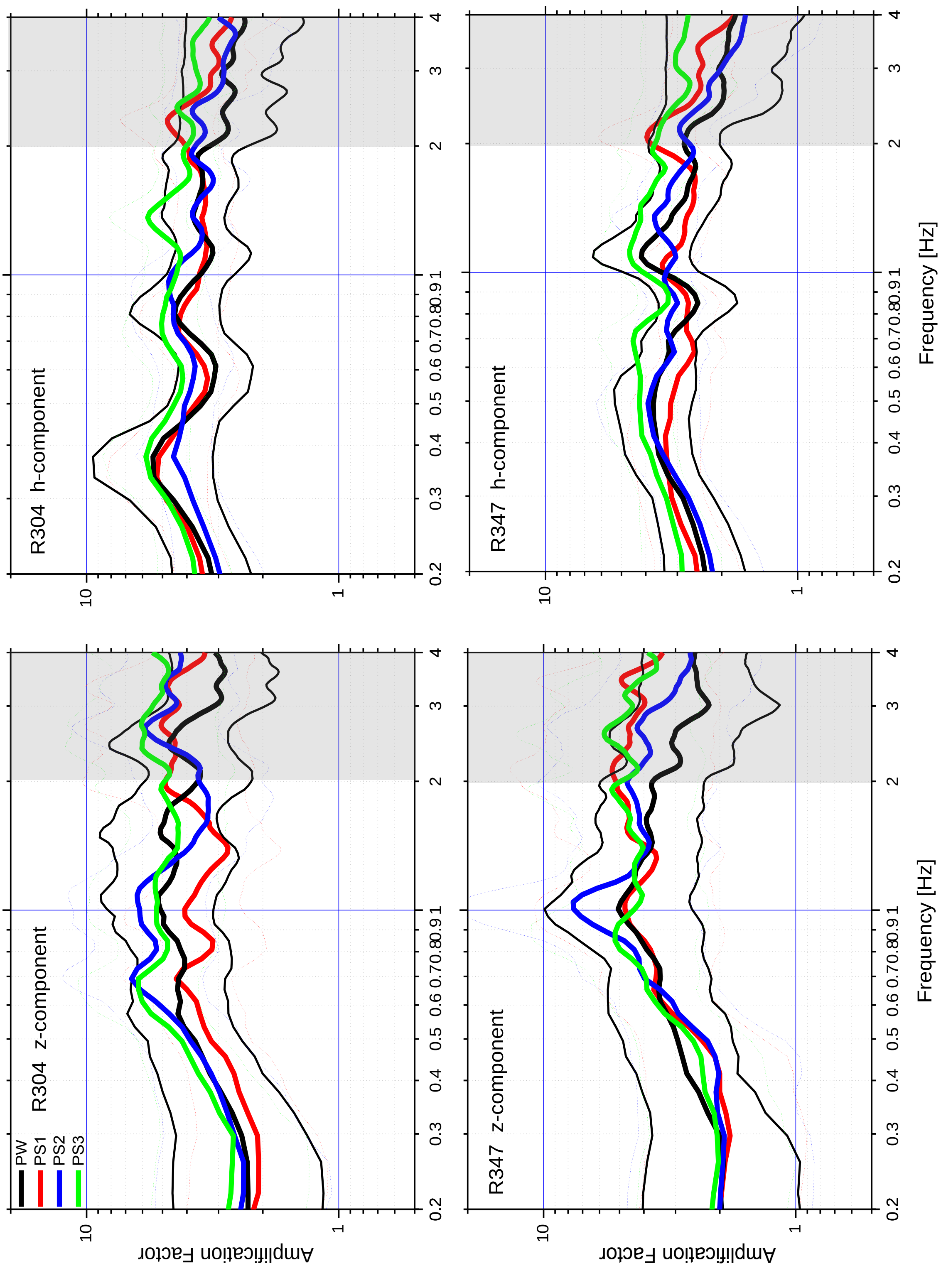
Obr. 6.18 Analogicky ako na obrázku 6.17, pre prijímač $R306$ na povrchu sedimentov. Pravý panel: poloha zvolených prijímačov v údolí.



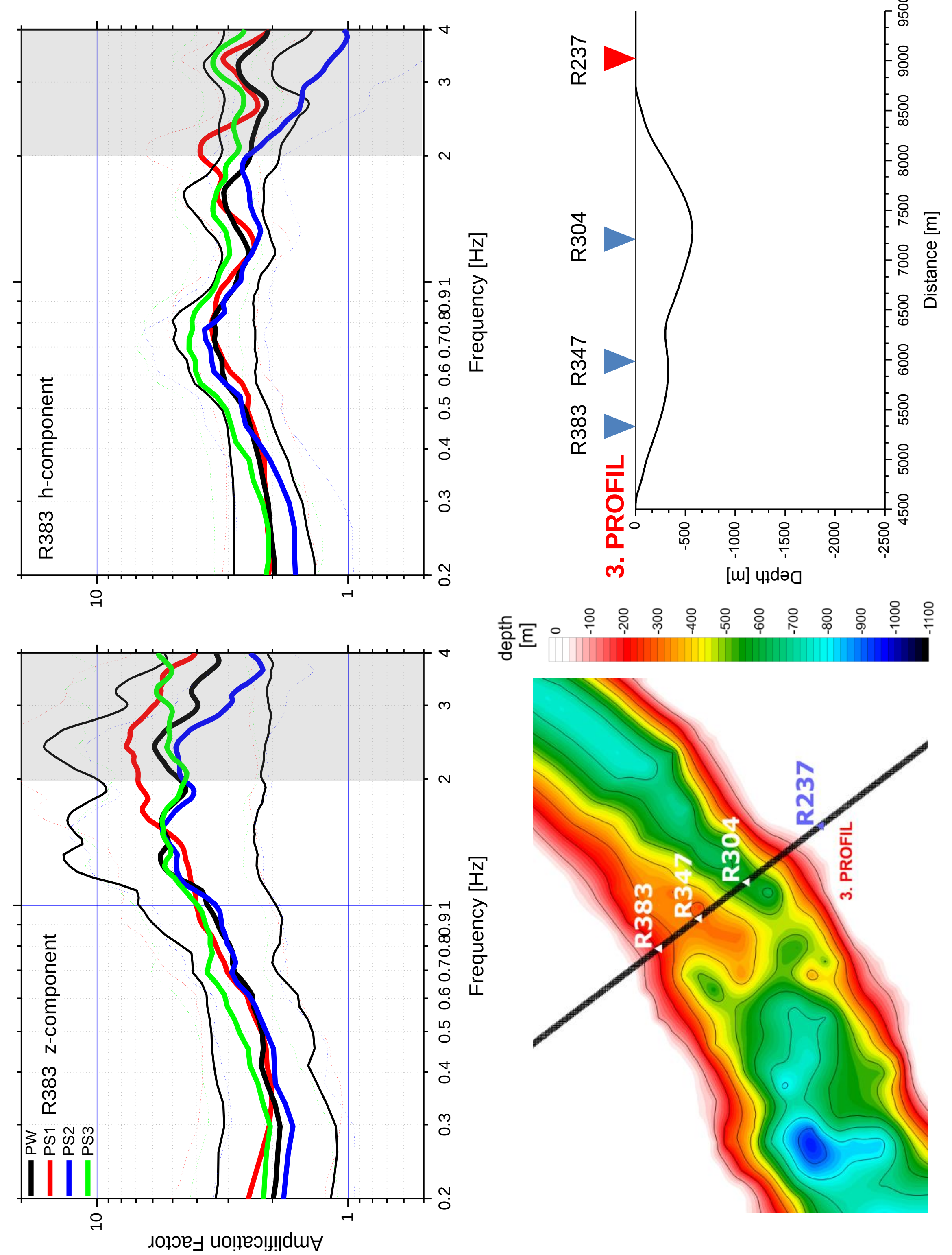
Obr. 6.19 Analogicky ako Obr. 6.17 pre prijímače 249 a 308 umiestnené na druhom profile. Referenčným prijímačom bol $R473$.



Obr. 6.20 Analogicky ako na obrázku 6.18, pre prijímač $R398$ umiestnený na druhom profile. Referenčným prijímačom bol $R473$.



Obr. 6.21 Analogicky ako Obr. 6.17 pre prijímače 304 a 347 umiestnené na treťom profile. Referenčným prijímačom bol *R*237.

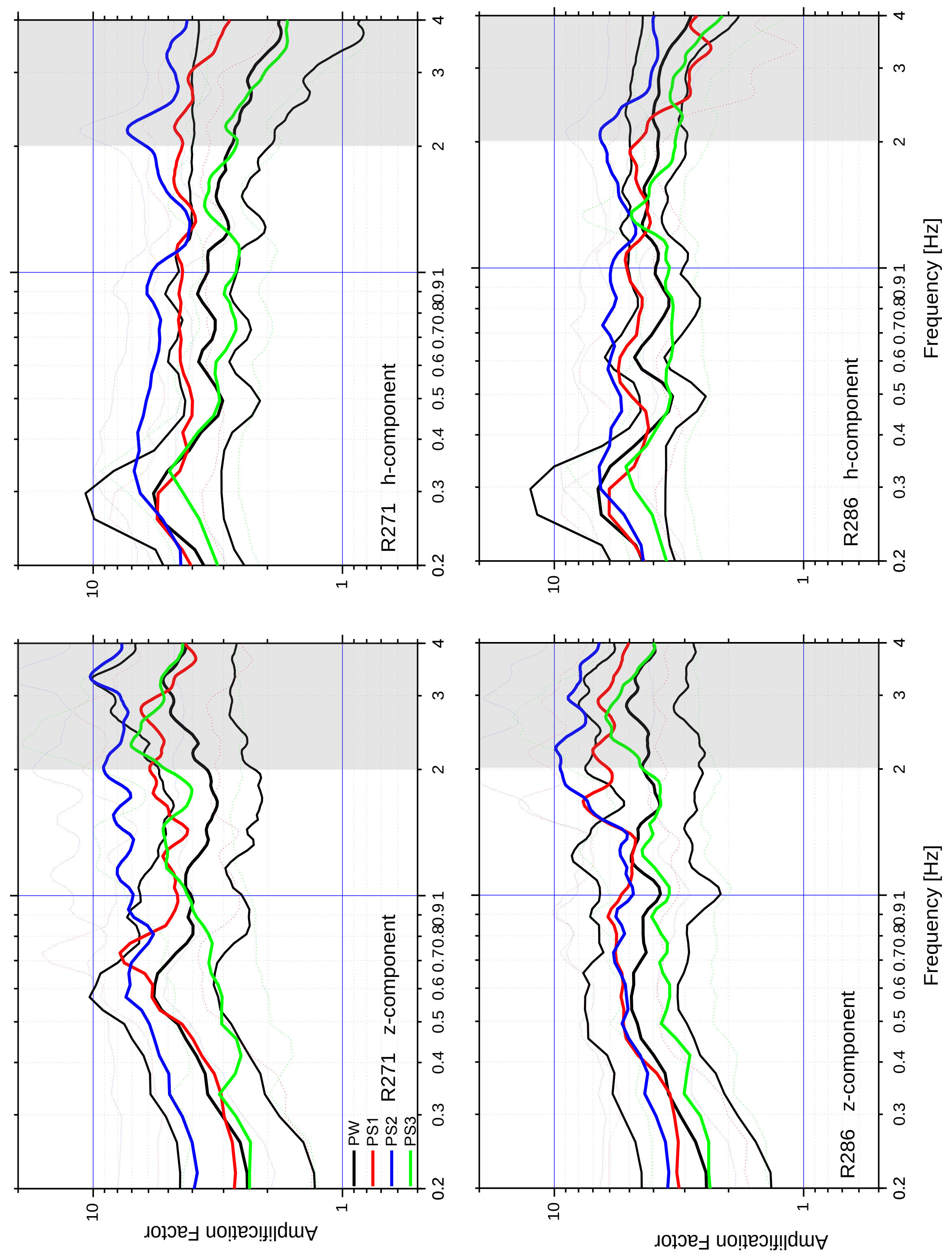


Obr. 6.22 Analogicky ako na obrázku 6.18, pre prijímač $R383$ umiestnený na treťom profile. Referenčným prijímačom bol $R237$.

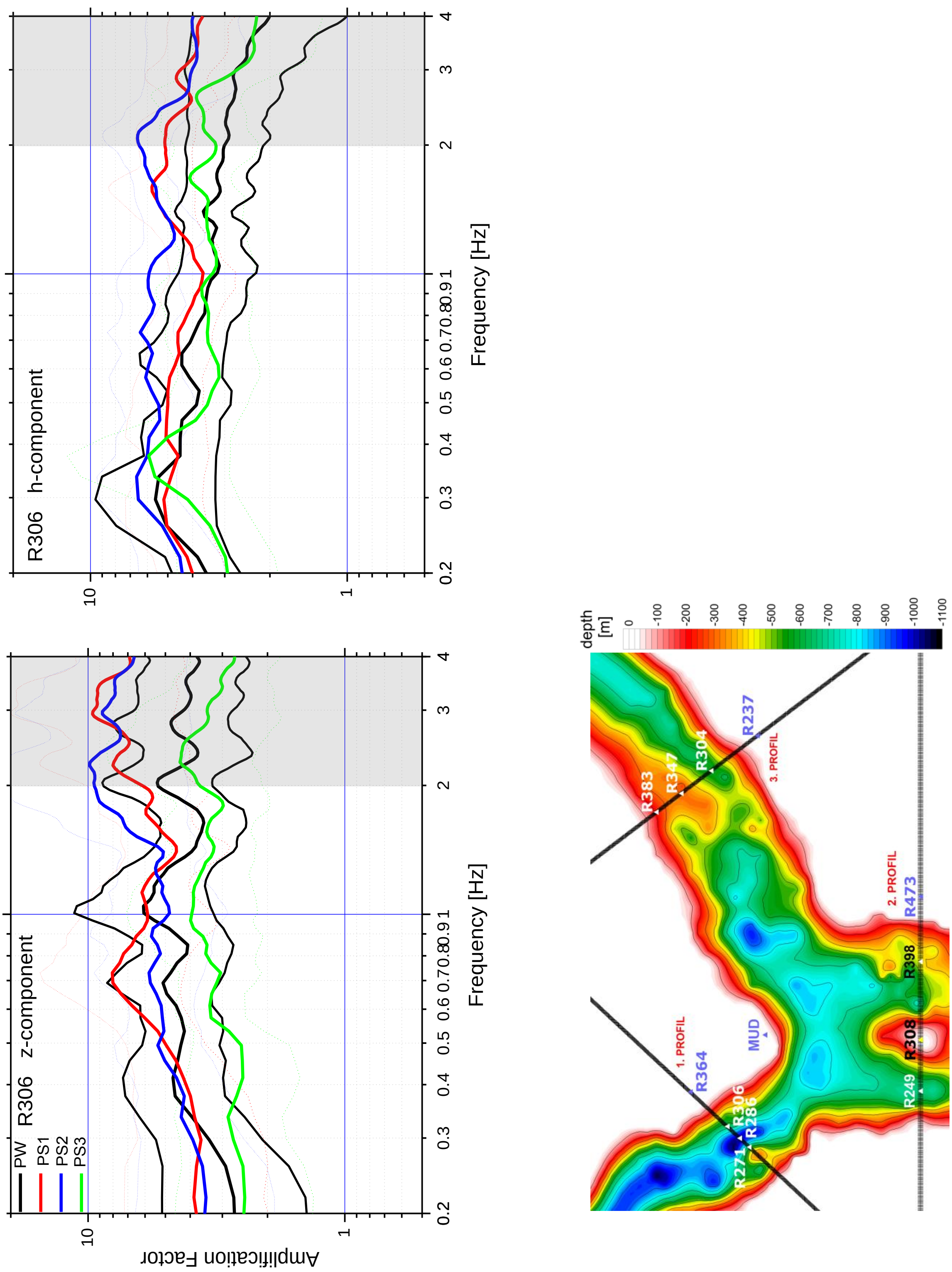
Porovnanie priemerných amplifikačných faktorov $\overline{\widetilde{\overline{AF}}}$ pre 3D modelovanie s rôznou excitáciou vlnového poľa v prípade zvolenia jedného referenčného prijímača nachádzajúceho sa mimo profilov. Analogicky ako na obrázkoch 6.17 - 6.22 aj na obrázkoch 6.23 - 6.28 je zobrazené porovnanie priemerných amplifikačných faktorov $\overline{\widetilde{\overline{AF}}}$ získaných 3D modelovaním podľa vzťahu (3.45) s rôznou excitáciou vlnového poľa. Jediným rozdielom je voľba prijímačov umiestených na skalnom podloží. V tomto prípade bol zvolený len jeden referenčný prijímač, nachádzajúci sa mimo troch profilov, prijímač MUD. Jeho polohu a polohu bodových zdrojov vidno na obrázku 4.2.

Z obrázkov 6.23 - 6.28 môžeme usudzovať, že pre novodefinované $\overline{\widetilde{\overline{AF}}}$ je veľmi určujúcim faktorom poloha prijímača na skalnom podloží. Vzdialenosť bodového zdroja od prijímača umiestneného na skalnom a sedimentárnom podloží by mala byť rovnaká alebo minimálna.

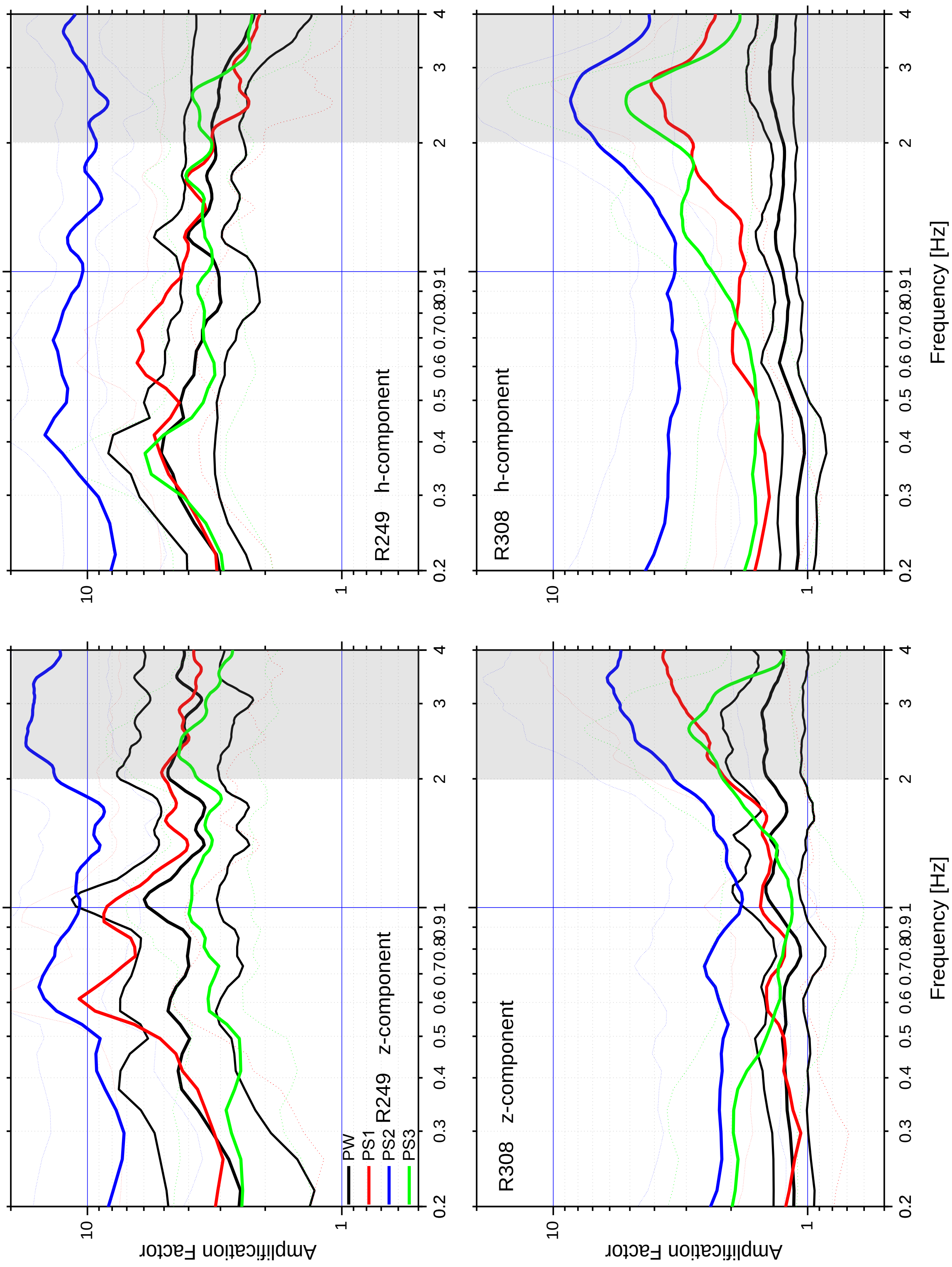
Na obrázkoch 6.25 a 6.26 druhého profilu pozorujeme výrazné nadhodnotenie hodnôt amplifikačného faktora $\overline{\widetilde{\overline{AF}}}$ pre bodový zdroj PS2. V tomto prípade je vzdialenosť bodového zdroja PS2 a prijímača MUD výrazne väčšia ako vzdialenosť PS2 a prijímačov na povrchu sedimentov umiestnených na druhom profile. Na obrázkoch 6.27 a 6.27 druhého profilu, pozorujeme výrazné oddelenie jednotlivých amplifikačných faktorov $\overline{\widetilde{\overline{AF}}}$. Najväčšie hodnoty priemerného amplifikačného faktoru pozorujeme pre bodový zdroj PS1. Vzdialenosť bodového zdroja PS1 a prijímača MUD je výrazne väčšia ako vzdialenosť PS1 a prijímačov na povrchu sedimentov na treťom profile. Naopak, vzdialenosť bodového zdroja PS3 od prijímača MUD bola menšia, ako vzdialenosť PS3 od prijímačov na treťom profile. Pozorujeme výrazne menšie hodnoty amplifikačného faktoru $\overline{\widetilde{\overline{AF}}}$ ako hodnoty $\overline{AF}$ pre dopad rovinnej vlny.



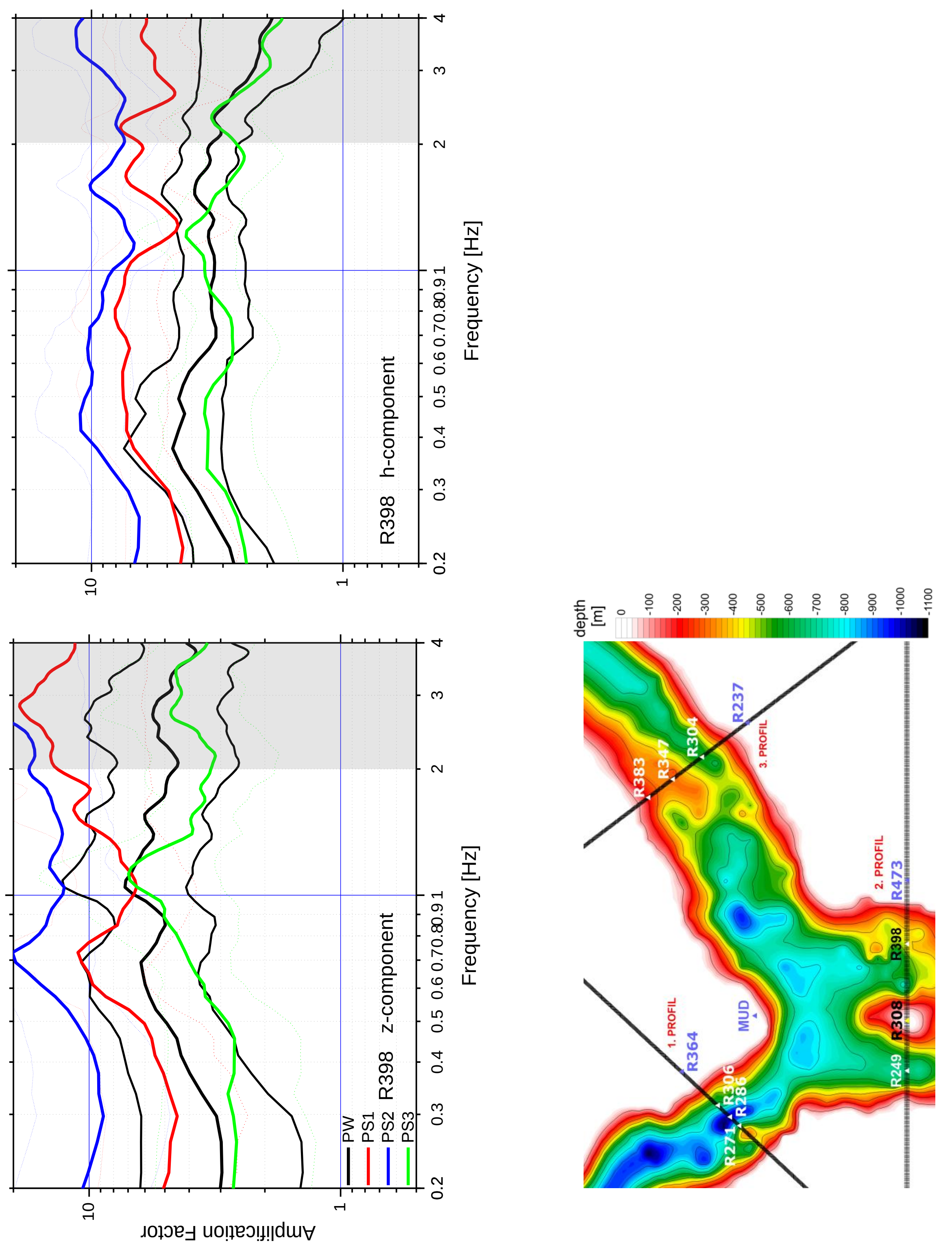
Obr. 6.23 Priemerné amplifikačné faktory v prípade excitácie vlnového poľa rovinnou vlnou (PW) a bodovými zdrojmi (PS1, PS2, PS3) pre prijímače na povrchu sedimentov umiestnené na prvom profile. Referenčný prijímač umiestnený na skalnom podloží bol MUD. Šedá časť označuje interval frekvencií, ktoré môžu byť ovplyvnené sieťovou disperziou. Ľavý panel: z a h - zložka amplifikačných faktorov pre prijímač $R271$. Pravý panel: z a h - zložka amplifikačných faktorov pre prijímač $R286$. V príslušných farbách sú tenkou čiarou naznačené krivky štandardných odchýlkok priemerných amplifikačných faktorov získaných 3D modelovaním.



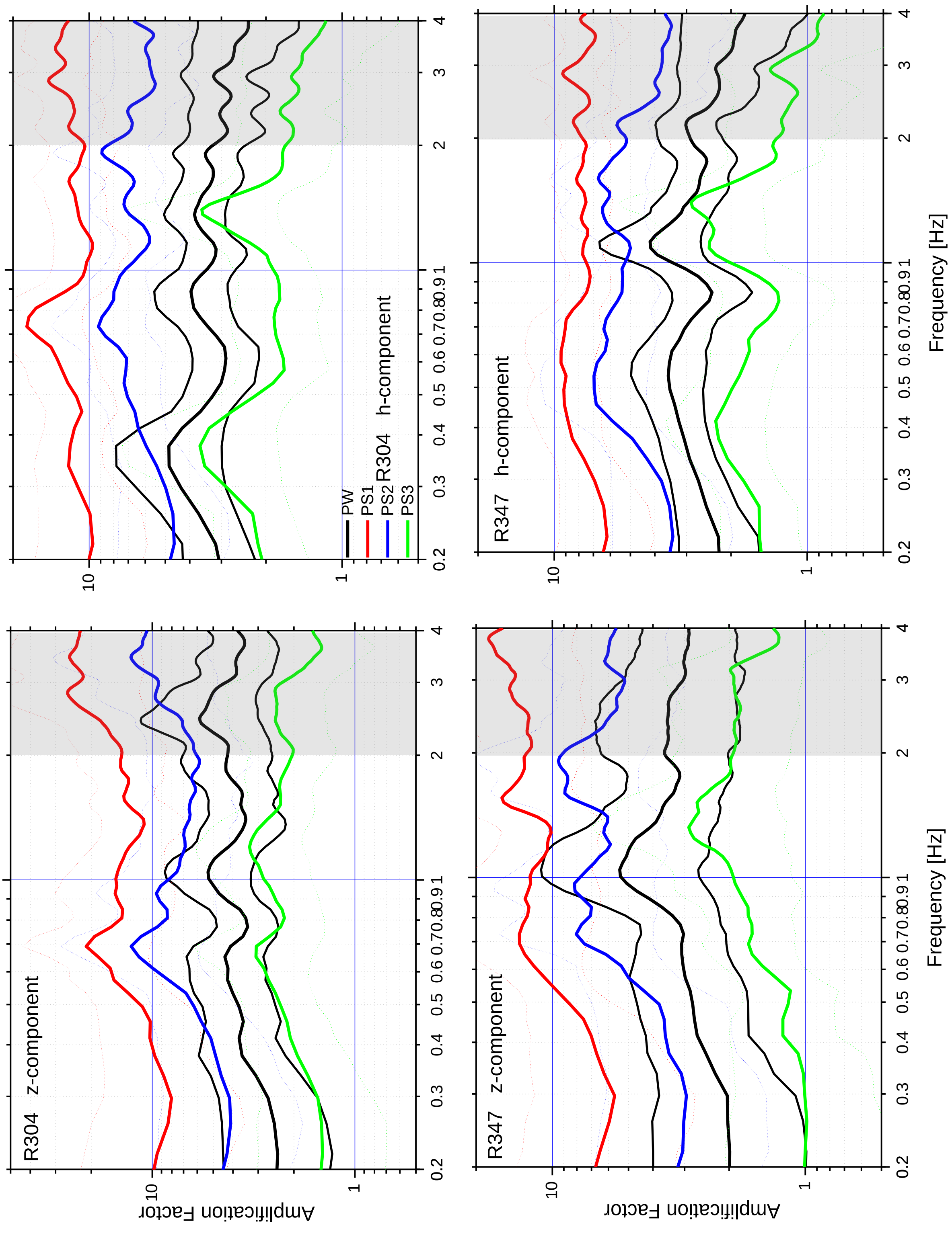
Obr. 6.24 Analogicky ako na obrázku 6.23, pre prijímač $R306$ na povrchu sedimentov. Pravý panel: poloha zvolených prijímačov v údolí.



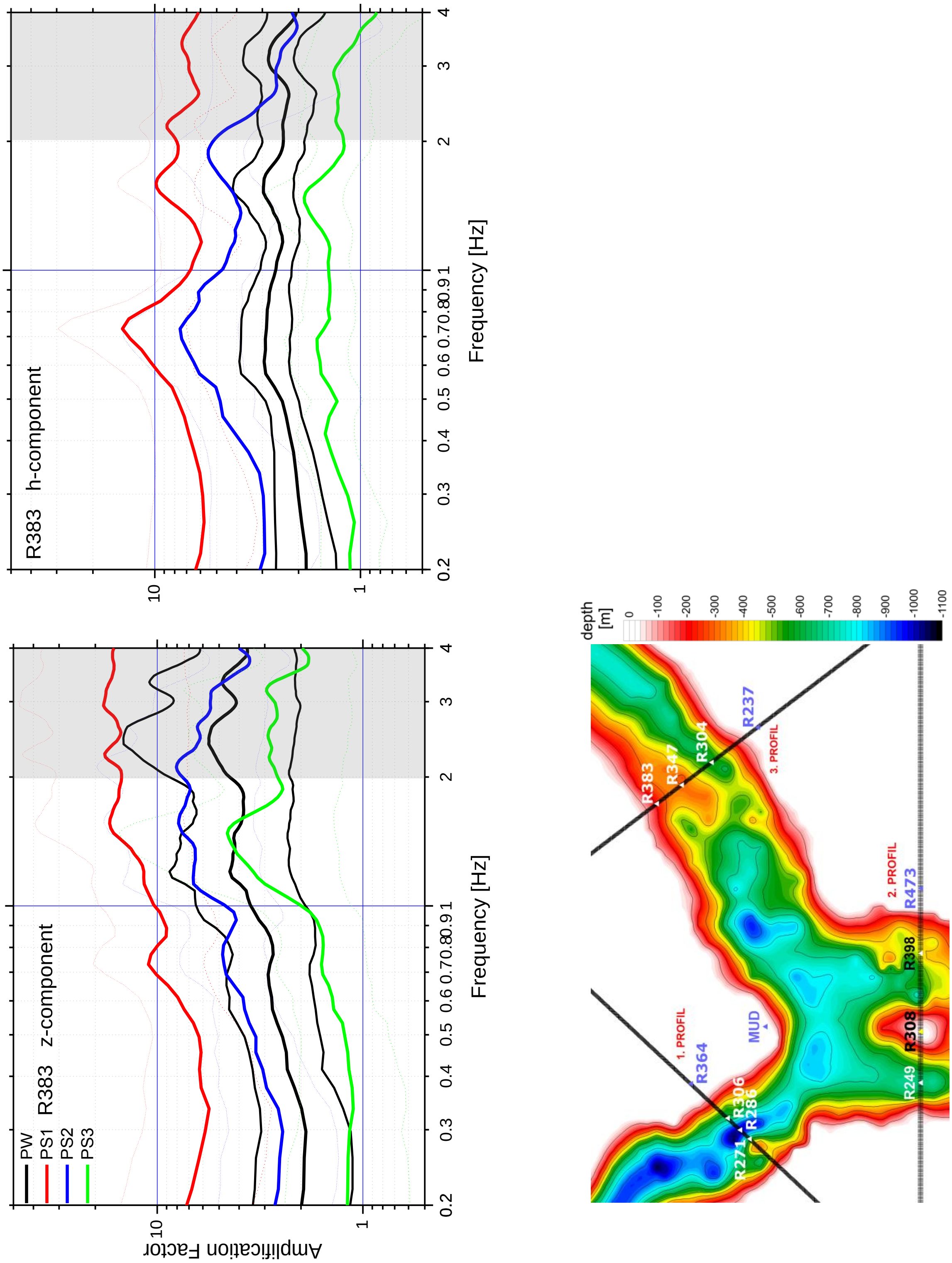
Obr. 6.25 Analogicky ako Obr. 6.23 pre prijímače 249 a 308 umiestnené na druhom profile.



Obr. 6.26 Analogicky ako na obrázku 6.24, pre prijímač $R398$ umiestnený na druhom profile.



Obr. 6.27 Analogicky ako Obr. 6.23 pre prijímače 304 a 347 umiestnené na treťom profile.



Obr. 6.28 Analogicky ako na obrázku 6.24, pre prijímač $R383$ umiestnený na treťom profile.

Kapitola 7

Závery

- Popísali sme metodický postup výpočtu amplifikačných faktorov voľný povrch sedimentov vs dopadajúca rovinná vlna pre 3D, 2D a 1D modelovanie.
- Navrhli sme metodický postup výpočtu amplifikačných faktorov voľný povrch sedimentov vs skalný povrch v prípade dopadu rovinnej vlny a v prípade bodového zdroja pre 3D modelovanie.
- Vykonali sme numerické simulácie seizmického pohybu v modeli sedimentárneho údolia nachádzajúceho sa pod mestom Grenoble pomocou metódy konečných diferencií
  - 3D, 2D a 1D simulácie v prípade dopadu rovinnej vlny,
  - 3D simulácie v prípade bodových zdrojov.
- Vypočítali sme priemerné (priemer pre 27 vybraných akcelerogramov) amplifikačné faktory ($\overline{AF}$)
  - voľný povrch sedimentov (SED) vs dopadajúca rovinná vlna pre dopad rovinnej vlny (PW),
  - voľný povrch sedimentov (SED) vs skalný povrch (REF) 3 pre bodové zdroje (PS).
- Analyzovali sme vypočítané amplifikačné faktory ($\overline{AF}$).
  - V prípade dopadu rovinnej vlny sú AF z 3D a 2D simulácií relatívne blízke, $\overline{AF}$ z 1D simulácií sú významne iné. 1D simulácie nie sú v tomto zmysle dobrým priblížením.

- $\overline{AF}$ (SED vs REF) boli v medziach štandardných odchýlok $\overline{AF}$ (SED vs PW) v prípade 3D simulácií pre dopad rovinnej vlny.
- $\overline{AF}$ (SED vs REF; PW) je relatívne blízky $\overline{AF}$ (SED vs REF; PS); to platí pre všetky dvojice SED vs REF pozdĺž jedného profilu; skúmané boli 3 profily.
- Zvolili sme jeden refereČný prijímač na skalnom povrchu (REF) mimo troch profilov. Pre každý prijímač na povrchu sedimentov (SED) sme porovnali $\overline{AF}$ (SED vs REF; PW), $\overline{AF}$ (SED vs REF; PS1), $\overline{AF}$ (SED vs REF; PS2), $\overline{AF}$ (SED vs REF; PS3), kde číslo za PS indikuje polohu bodového zdroja. Zistili sme, že
    * ak je vzdialenosť SED od zdroja výrazne menšia ako vzdialenosť REF od zdroja, je príslušný $\overline{AF}$ výrazne väčší ako $\overline{AF}$ pre dopad rovinnej vlny alebo AF pre bodový zdroj, pre ktorý je pomer uvedených vzdialeností iný,
    * ak je vzdialenosť SED od zdroja výrazne väčšia ako vzdialenosť REF od zdroja, je príslušný $\overline{AF}$ výrazne menší ako $\overline{AF}$ pre dopad rovinnej vlny alebo $\overline{AF}$ pre bodový zdroj, pre ktorý je pomer uvedených vzdialeností iný.

Literatúra

Akkar, S., M. A. Sandıkkaya, M. Senyurt, A. Azari Sisi, B. O Ay, P. Traversa, J. Douglas, F. Cotton, L. Luzi, B. Hernandez, S. Godey 2013. Reference database for seismic ground-motion in Europe - (RESORCE). *Bull. Earthquake Eng.* DOI 10.1007/s10518-013-9506-8.

Bard, P.-Y., E. Chaljub, C. Cornou, F. Cotton, and P. Guéguen 2006. Third International Symposium on the Effects of Surface Geology on Seismic Motion. Vol.1.

Boore, D. M. 2001. TSPP—A collection of FORTRAN programs for processing and manipulating time series. *USGS* 4.3, (revised 08 October 2012).

Bouchon, M., F. J. Sánchez-Sesma 2007. Boundary integral equations and boundary elements methods in elastodynamics. In *Advances in Wave Propagation in Heterogeneous Earth*, 157-189, R.-S. Wu and V. Maupin, eds., *Advances in Geophysics* Vol. 48, R. Dmowska, ed. Elsevier - Academic Press.

Brusinger, P. A., G. H. Golub 1969. Algorithm 358: Singular value decomposition of a complex matrix. *Comunications of the ACM* 12, č. 10, 564-565.

Campbell, K. W. 1985. Strong ground motions attenuation relation: A ten-year perspective. *Bull. Seism. Soc. Am.* 71, 2039-2070.

Cornou, C., P.-Y. Bard, M. Dietrich 2003. Contribution of dense array analysis to the identification and qualification of basin-edge-induced waves, part I: Methodology. *Bull. Seism. Soc. Am.* 93, 2604-2623.

Cornou, C., P.-Y. Bard, M. Dietrich 2003. Contribution of dense array analysis to the identification and qualification of basin-edge-induced waves, part II: Application to Grenoble basin (French Alps). *Bull. Seism. Soc. Am.* 93, 2624-2648.

Coutant, O., J. Virieux, A. Zollo 1995. Numerical source implementation in a 2D finite-difference scheme for wave propagation. *Bull. Seism. Soc. Am.* 85, 1507-1512.

de la Puente, J., M. Käser, M. Dumbser, H. Igel 2007. An arbitrary high-order discontinuous Galerkin method for elastic waves on unstructured meshes - IV. Anisotropy. *Geophys. J. Int.* 169, 1210-1228.

Dumbser, M., M. Käser 2006. An arbitrary high-order discontinuous Galerkin method for elastic waves on unstructured meshes - II. The three-dimensional isotropic case. *Geophys. J. Int.* 167, 319-336.

Dumbser, M., M. Käser, E. F. Toro 2007. An arbitrary high-order discontinuous Galerkin method for elastic waves on unstructured meshes - V. Local time stepping and p -adaptivity. *Geophys. J. Int.* 171, 695-717.

Emmerich, H., M. Korn 1987. Incorporation of attenuation into time-domain computations of seismic wave fields. *Geophysics*52, 1252-1264.

Franek, P. 2010. Modelovane seizmického pohybu na reálnych lokalitách. Cadarache a Mygdónsky bazén. Dizertačná práca*Univerzita Komenského v Bratislave.*

Graves, R. W. 1996. Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences. *Bull. Seism. Soc. Am.* 86, 1091-1106.

Chaljub, E. P-Y. Bard, P. Moczo, J. Kristek 2012. Definition of verification cases for the NERA/JRA1 working group.

Chaljub, E., D. Komatitsch, J. P. Vilotte, Y. Capdeville, G. Festa 2007. Spectral Element Analysis in Seismology. In *Advances in Wave Propagation in Heterogeneous Earth*, 365-420, R.-S. Wu and V. Maupin, eds., *Advances in Geophysics* Vol. 48, R. Dmowska, ed. Elsevier - Academic Press.

Chaljub, E., P. Moczo, S. Tsuno, P.-Y. Bard, J. Kristek, M. Käser, M. Stupazzini, M. Kristekova 2010. Quantitative comparison of four numerical predictions of 3D ground motion in the Grenoble valley, France. *Bull. Seism. Soc. Am.* 100, 1427-1455.

Joyner, W. B., D. M. Boore 1988. Measurement, characterization, and prediction of strong ground motion. In *Earthquake Engineering and Soil Dynamics II - Recent*

Advances in Ground Motion Evaluation, Geotechnical special publication, 20, ASCE, New York, 43-102.

Käser, M., M. Dumbser 2006. An arbitrary high-order discontinuous Galerkin method for elastic waves on unstructured meshes - I. The two-dimensional isotropic case with external source terms. *Geophys. J. Int.* 166, 855-877.

Käser, M., M. Dumbser, J. de la Puente, H. Igel 2007. An arbitrary high-order discontinuous Galerkin method for elastic waves on unstructured meshes - III. Viscoelastic attenuation. *Geophys. J. Int.* 168, 224-242.

Kikuchi, M., H. Kanamori 1991. Inverision of complex body waves-III. *Bull. Seism. Soc. Am.* 81, 2335-2350.

Klin, P., E. Priolo, G. Seriani 2010. Numerical simulation of seismic wave propagation in realistic 3-D geo-models with a Fourier pseudo-spectral method. *Geophys. J. Int.* 183, 905–922.

Komatitsch, D., G. Erlebacher, D. Goeddeke, D. Michea 2010. High-order finite-element seismic wave propagation modeling with MPI on a large GPU cluster. *J. Comp. Phys.* 229, 7692–7714.

Komatitsch, D., R. Martin 2007. An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for the seismic wave equation. *Geophysics* 72, SM155-SM167.

Kramer, S. L. 1996. Geotechnical Earthquake Engineering. New Jersey: Prentice Hall.

Kreiss, H. O., J.Oliger 1972. Comparison of accuratemethods for the integration hyperbolic equations. *Tellus* 24, 199–215.

Kristek, J. 2001. Výpočet seizmického pohybu v trojrozmerne nehomogénnych prostrediach metódou konečných diferencií. Dizertačná práca *Univerzita Komenského v Bratislave.*

Kristek, J., P. Moczo 2003. Seismic wave propagation in viscoelastic media with material discontinuities – a 3D 4th-order staggered-grid finite-difference modeling. *Bull. Seism. Soc. Am.* 93, 2273-2280.

Kristek, J., P. Moczo, R. J. Archuleta 2002. Efficient methods to simulate planar free surface in the 3D 4th-order staggered-grid finite-difference schemes. *Studia Geophys. Geod.* 46, 355-381.

Kristek, J., P. Moczo, M. Gális 2009. A brief summary of some PML formulations and discretizations for the velocity-stress equation of seismic motion. *Studia Geophys. Geod.* 53, 459-474.

Kristek, J., P. Moczo, M. Gális 2010. Stable discontinuous staggered grid in the finite-difference modelling of seismic motion. *Geophys. J. Int.* 183, 1401-1407.

Kristek, J., P. Moczo, P. Pažák 2006. Numerical modeling of earthquake motion in Grenoble basin, France, using a 4th-order velocity-stress arbitrary discontinuous staggered-grid FD scheme. In *2006, Third Intl. Symposium on the Effects of Surface Geology on Seismic Motion*, P.-Y. Bard, E. Chaljub, C. Cornou, F. Cotton and P. Guéguen (eds.), LCPC Editions, ISSN 1628-4704, Vol.2, 1517-1526.

Lebrun, B., D. Hatzfeld, P.-Y. Bard 2001. A site effect study in urban area: experimental results in Grenoble (France). *Pageoph* 158, 2543-2557.

Levander, A. R. 1988. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics* 53, 1425-1436.

Komatitsch, D., R. Martin 2007. An unsplit convolutional perfectly matched layer technique improved at grazing incidence for the viscoelastic wave equation. *Geophys. J. Int.* 179, 333-344.

Moczo, P., J. Kristek, M. Gális 2004. Simulation of planar free surface with near-surface lateral discontinuities in the finite-difference modeling of seismic motion. *Bull. Seism. Soc. Am.* 94, 760-768.

Moczo, P., J. Kristek, M. Gális 2014. The finite-difference modelling of earthquake motion: Waves and ruptures. Cambridge University Press.

Moczo, P., J. Kristek, F. Hollender 2013. Characterization of classes of sites with a large potential to cause site effects taking into account the geological heterogeneities (methodological approach). Správa projektu SIGMA-2013-D3-97.

Moczo, P., J. Kristek, M. Gális, P. Pažák, M. Balažovjech 2007a. The finite-difference and finite-element modeling of seismic wave propagation and earthquake motion.*Acta Physica Slovaca* 47, 177-406.

Moczo, P., J. O. A. Robertsson, L. Eisner 2007b. The finite-difference time-domain method for modeling of seismic wave propagation. In *Advances in Wave Propagation in Heterogeneous Earth*, 421-516, R.-S. Wu, V. Maupin, eds., *Advances in Geophysics* Vol. 48, R. Dmowska, ed. *Elsevier - Academic Press.*

Ottosen, N. S., H. Petersson 1992. Introduction to the Finite Element Method. Harlow: Prentice Hall.

Rodrigues, D. 1993. Large scale modelling of seismic wave propagation. PhD. Thesis. *École Centrale Paris.*

Strang, G., G. J. Fix 1988. An Analysis of the Finite Element Method. Wellesley, Massachusetts: Wellesley-Cambridge Press.

Thouvenot, F., J. Frechet, L. Jenatton, and J. F. Gamond (2003). The Belledonne Border Fault: Identification of an active seismic strike-slip fault in the western Alps. *Geophys. J Int.* 155, 174–192.

Thouvenot, F., L. Jenatton, and R. Guiguet (2009). Seismicity of the Grenoble area. IN ESG 2006, Third Intl. Symposium on the Effects of Surface Geology on Seismic Motion. P.-Y. Bard, E. Chaljub, C. Cornou, F. Cotton, and P. Guéguen (Eds.), LCPC Editions, ISSN 1628-4704, Vol. 2, 1563–1567.

Virieux, J. 1986. P-SV propagation in heterogeneous media; velocity-stress finite-difference method. *Geophysics* 51, 889-901.

Vuan, A., P. Klin, G. Laurenzano, E. Priolo 2011. Far-source long-period displacement response spectra in the Po and Venetian Plains (Italy) from 3D wavefield simulations. *Bull. Seism. Soc. Am.* 101, 1055–1072.

Zienkiewicz, O. C., R. L. Taylor 1989. The Finite Element Method. 4th edn., Vol. 1. McGraw-Hill.