

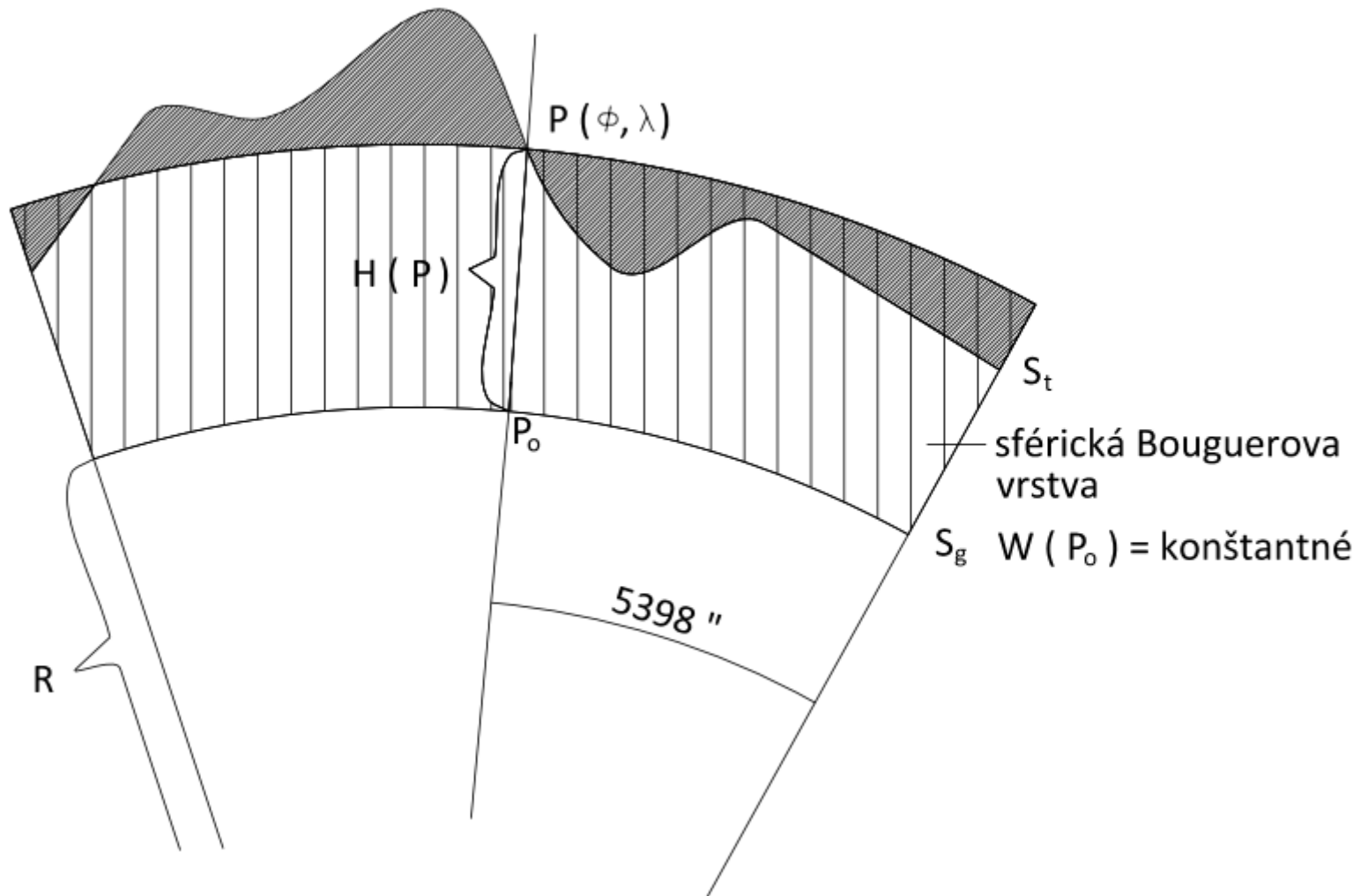
Problematika výpočtu stredných hodnôt topografických efektov

Zuzana Ďuríčková, Juraj Janák

Obsah :

- Teoretický základ
- Návrh experimentu
- Ukážka pre jedno testovacie územie
- Výsledok experimentu
- Zovšeobecnenie výsledkov
- Záver

Teoretický základ :



- Martinec (1998) ukázal, že efekt sférickej Bouguerovej vrstvy je v prípade striktno lokálnej kondenzácie rovný efektu kondenzovanej sférickej Bouguerovej vrstvy

Teoretický základ :

Terénna korekcia A^{tr} - matematická eliminácia gravitačného účinku topografických hmôt nachádzajúcich sa nad ekvipotenciálnou plochou prechádzajúcou výpočtovým bodom na Zemskom povrchu a matematická kompenzácia gravitačného účinku nedostatku topografických hmôt v Bouguerovej vrstve.

Kondenzovaná terénna korekcia A^{ctr} - matematické odstránenie gravitačného účinku nekonečne tenkej hmotnej vrstvy umiestnenej pod geoidom, alebo na geoide. V našom prípade je použitá druhá Helmertova kondenzačná metóda – kondenzačná vrstva priamo na geoide.

Priamy topografický efekt δA^t - rozdiel medzi terénnou korekciou a kondenzovanou terénnou korekciou

$$\delta A^t = A^{tr} - A^{ctr}$$

Teoretický základ :

Výpočet priameho topografického efektu

- podľa Martinec (1998):

$$\begin{aligned} \delta A(\Omega) = G \int_{\Omega_0} \left[\bar{\rho}(\Omega') \frac{\partial \tilde{L}^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r} \Big|_{r'=R}^{R+H(\Omega')} - \bar{\rho}(\Omega) \frac{\partial \tilde{L}^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r} \Big|_{r'=R}^{R+H(\Omega)} \right. \\ \left. - R^2 [\sigma(\Omega') - \sigma(\Omega)] \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, R)}{\partial r} \Big|_{r=R+H(\Omega)} \right] d\Omega' \end{aligned} \quad (3.45)$$

kde :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{L}^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r} = [(r'^2 + 3r^2) \cos \psi + (1 - 6 \cos^2 \psi) r r'] L^{-1}(r, \psi, r') \\ + r(3 \cos^2 \psi - 1) \ln |r' - r \cos \psi + L(r, \psi, r')| \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r} = - \frac{r - r' \cos \psi}{(r^2 + r'^2 - 2 r r' \cos \psi)^{3/2}} \quad (3.54)$$

- Ω označuje horizontálnu polohu výpočtového bodu (φ, λ)

Teoretický základ :

Bezchybná integrálna stredná hodnota spojitej funkcie $f(u,v)$:

$$\bar{f}(u, v) = \frac{\iint f(u, v) dudv}{\iint_M dudv}$$

- Ak funkciu f získavame meraním alebo výpočtom v konkrétnom bode, nedokážeme vypočítať bezchybnú integrálnu strednú hodnotu spojitej funkcie, ale nahradzame ju strednou hodnotou spojitej funkcie danej konečným počtom hodnôt
- V najjednoduchšom prípade ju odhadneme ako aritmetický priemer konkrétnych hodnôt z konečného počtu bodov časti plochy (bunky)

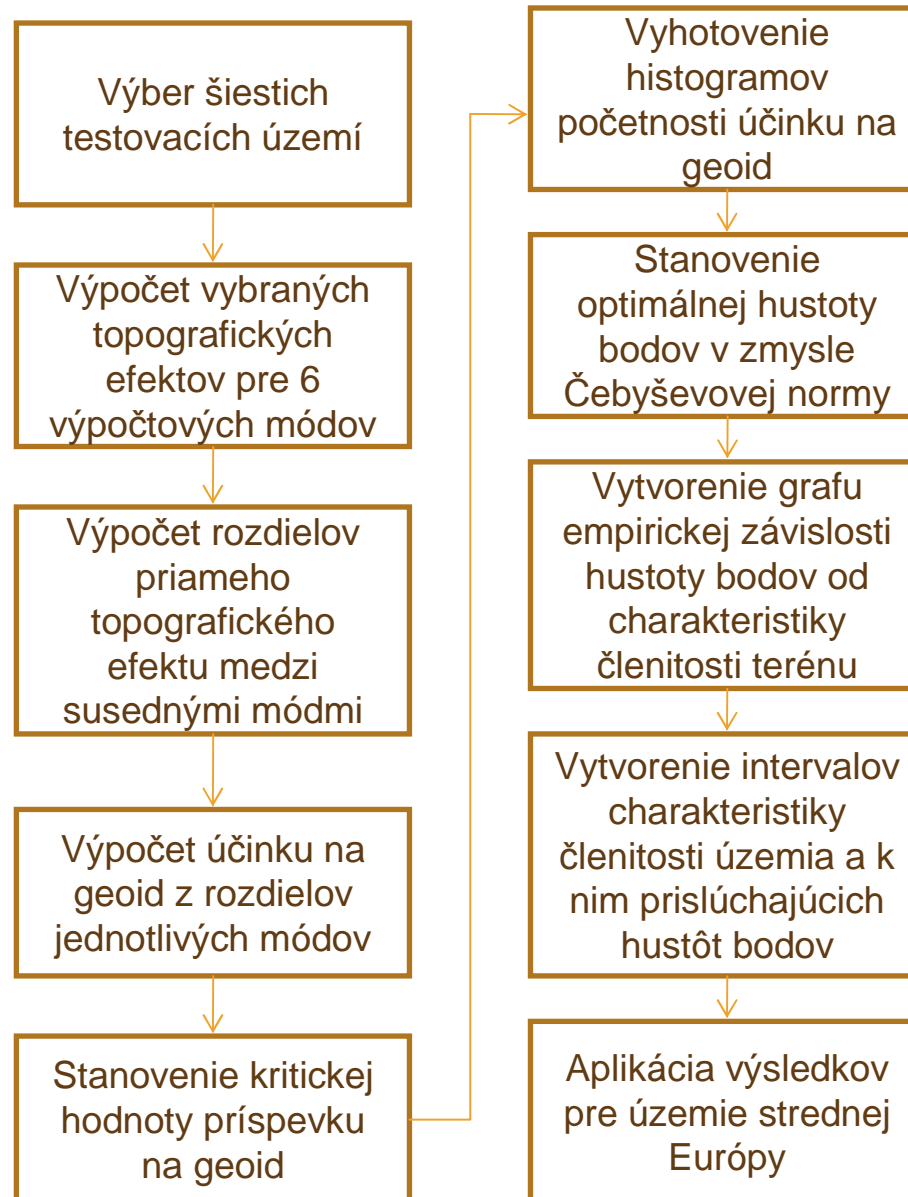
Stredná hodnota spojitej funkcie $f(u,v)$ danej konečným počtom hodnôt :

$$\bar{f}(u, v) \cong \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(u, v)_i$$

Návrh experimentu:

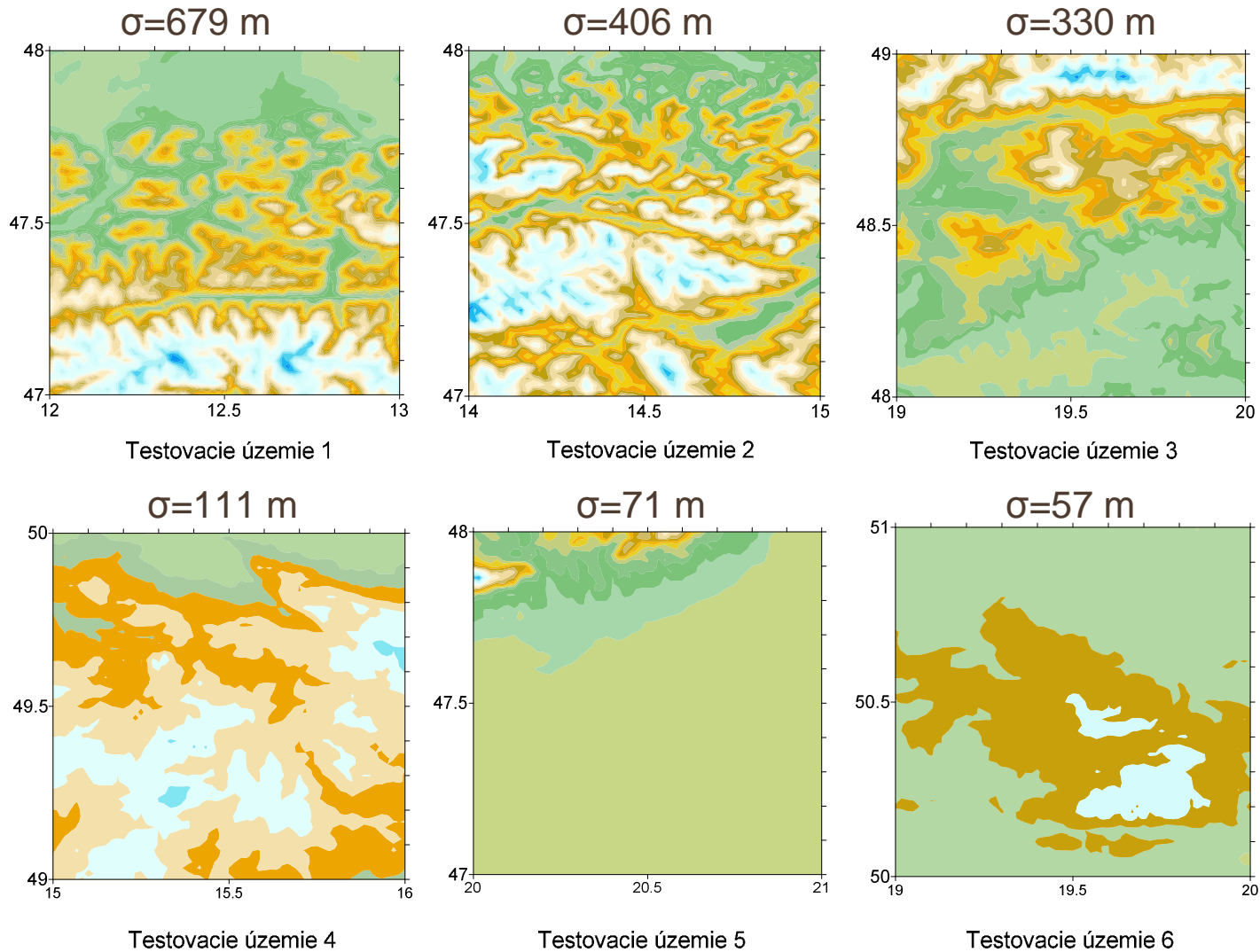
- **podnet** - skrátenie času potrebného na výpočet topografických efektov pri určovaní modelu geoidu z gravimetrických meraní
- **cieľ** – vytvoriť mapu optimálnej hustoty bodov pre výpočet stredných hodnôt vybraných topografických efektov pre územie strednej Európy
- **porovnávacie kritérium pre zvolenie optimálnej hustoty bodov** – kritická hodnota odchýlky pri výpočte geoidu 10 mm aplikovaná v zmysle Čebyševovej normy
- **použité programy** – program na výpočet topografických efektov - dte_pm.e zo softvérového balíka SHGEO (Tenzer, R., Janák, J., 2002)
 - program na výpočet výšky geoidu - geofour z programového balíka GRAVSOFT (Tschering, C.C., Forsberg, R., Knudsen, P., 1992)

Schéma experimentu



Návrh experimentu:

Zvolené testovacie územia



- Smerodajná odchýlka σ je vypočítaná z nadmorských výšok digitálneho modelu reliéfu GTOPO 30

Návrh experimentu:

Charakteristika jednotlivých testovacích území

Testovacia oblasť	Hranice testovaného územia		Smerodajná odchýlka [m]
1	$\varphi = \langle 47^\circ, 48^\circ \rangle$	$\lambda = \langle 12^\circ, 13^\circ \rangle$	679
2	$\varphi = \langle 47^\circ, 48^\circ \rangle$	$\lambda = \langle 14^\circ, 15^\circ \rangle$	406
3	$\varphi = \langle 48^\circ, 49^\circ \rangle$	$\lambda = \langle 19^\circ, 20^\circ \rangle$	330
4	$\varphi = \langle 49^\circ, 50^\circ \rangle$	$\lambda = \langle 15^\circ, 16^\circ \rangle$	111
5	$\varphi = \langle 47^\circ, 48^\circ \rangle$	$\lambda = \langle 20^\circ, 21^\circ \rangle$	71
6	$\varphi = \langle 50^\circ, 51^\circ \rangle$	$\lambda = \langle 19^\circ, 20^\circ \rangle$	57

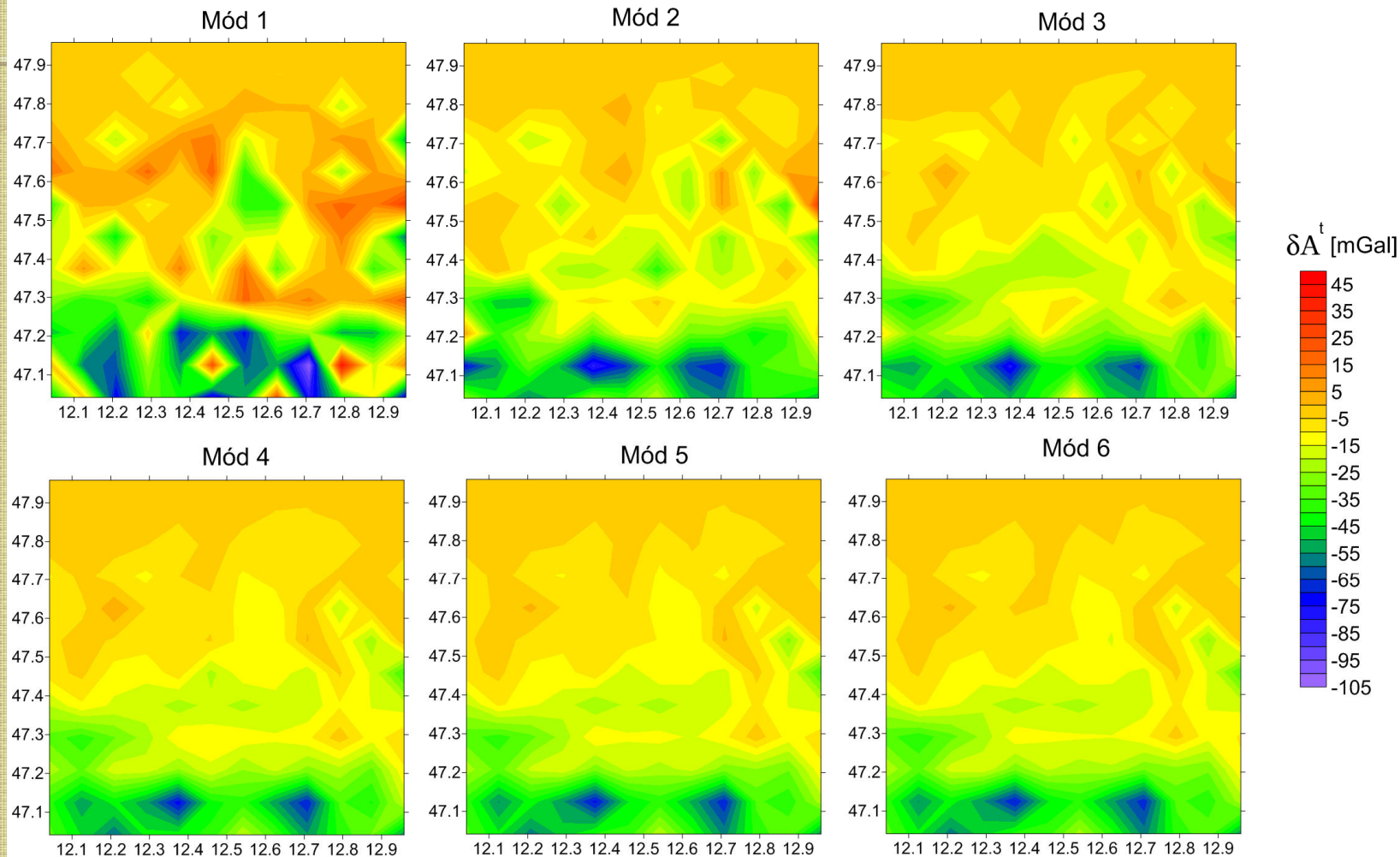
Výpočet smerodajnej odchýlky

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (H_i - \bar{H})^2}$$

kde v našom prípade n je počet bodov so známou nadmorskou výškou, H_i sú jednotlivé nadmorské výšky a \bar{H} je priemerná nadmorská výška vypočítaná z celého súboru výšok

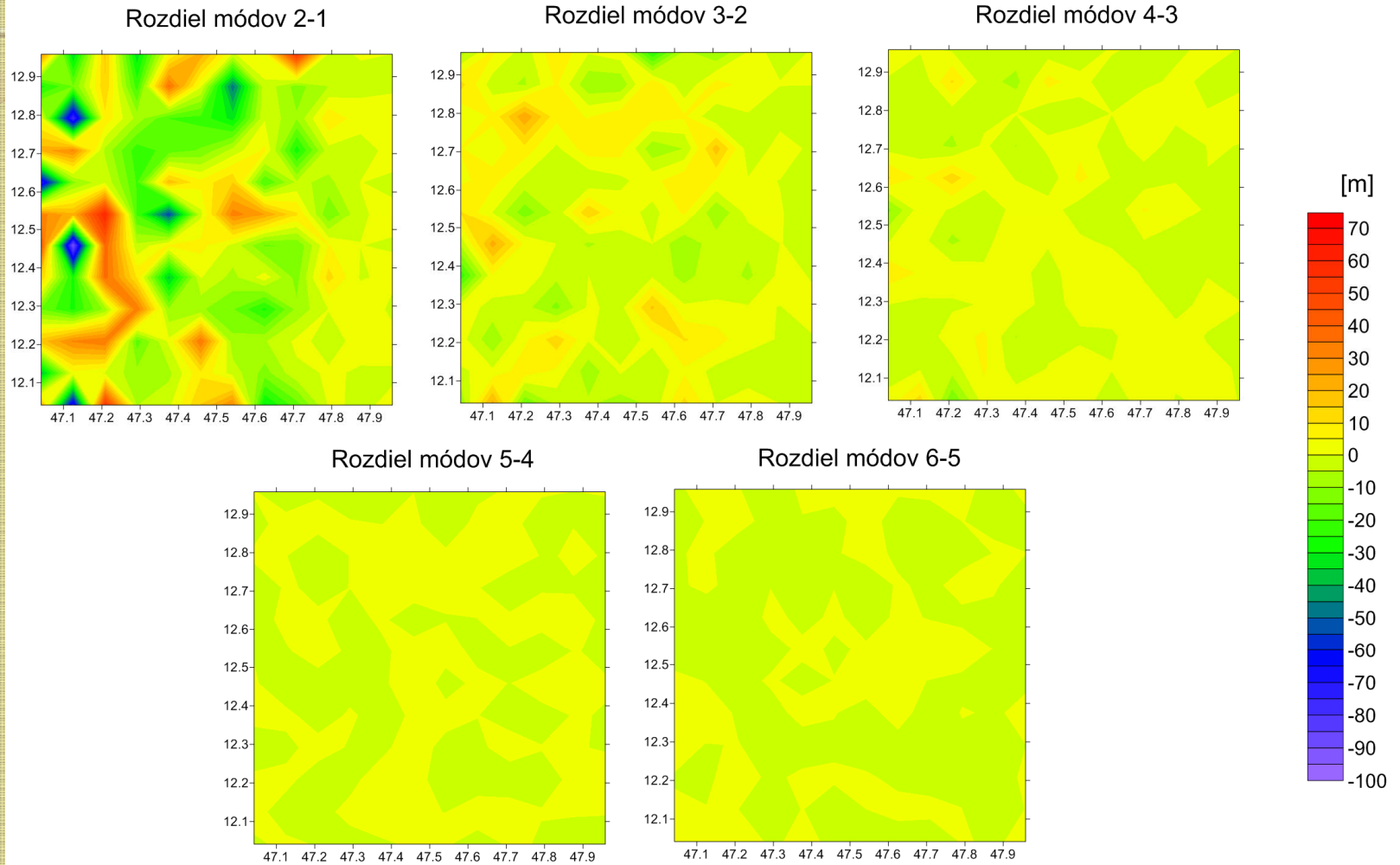
Ukážka pre jedno testovacie územie :

Vykreslenie priameho topografického efektu pri šiestich výpočtových módoch pre testovacie územie 1



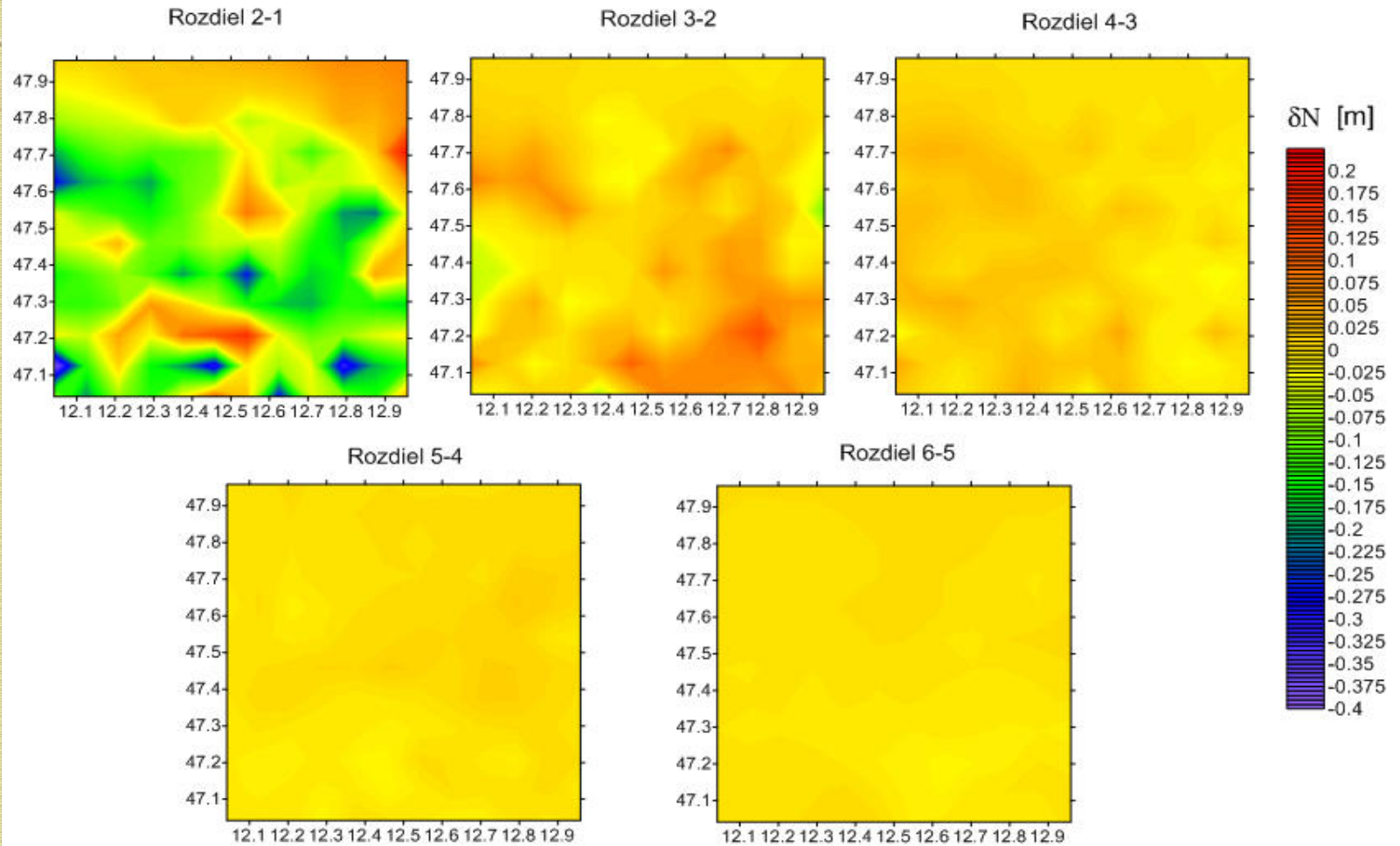
Ukážka pre jedno testovacie územie :

Vykreslenie rozdielov priameho topografického efektu zo susedných výpočtových módov pre testovacie územie 1



Ukážka pre jedno testovacie územie :

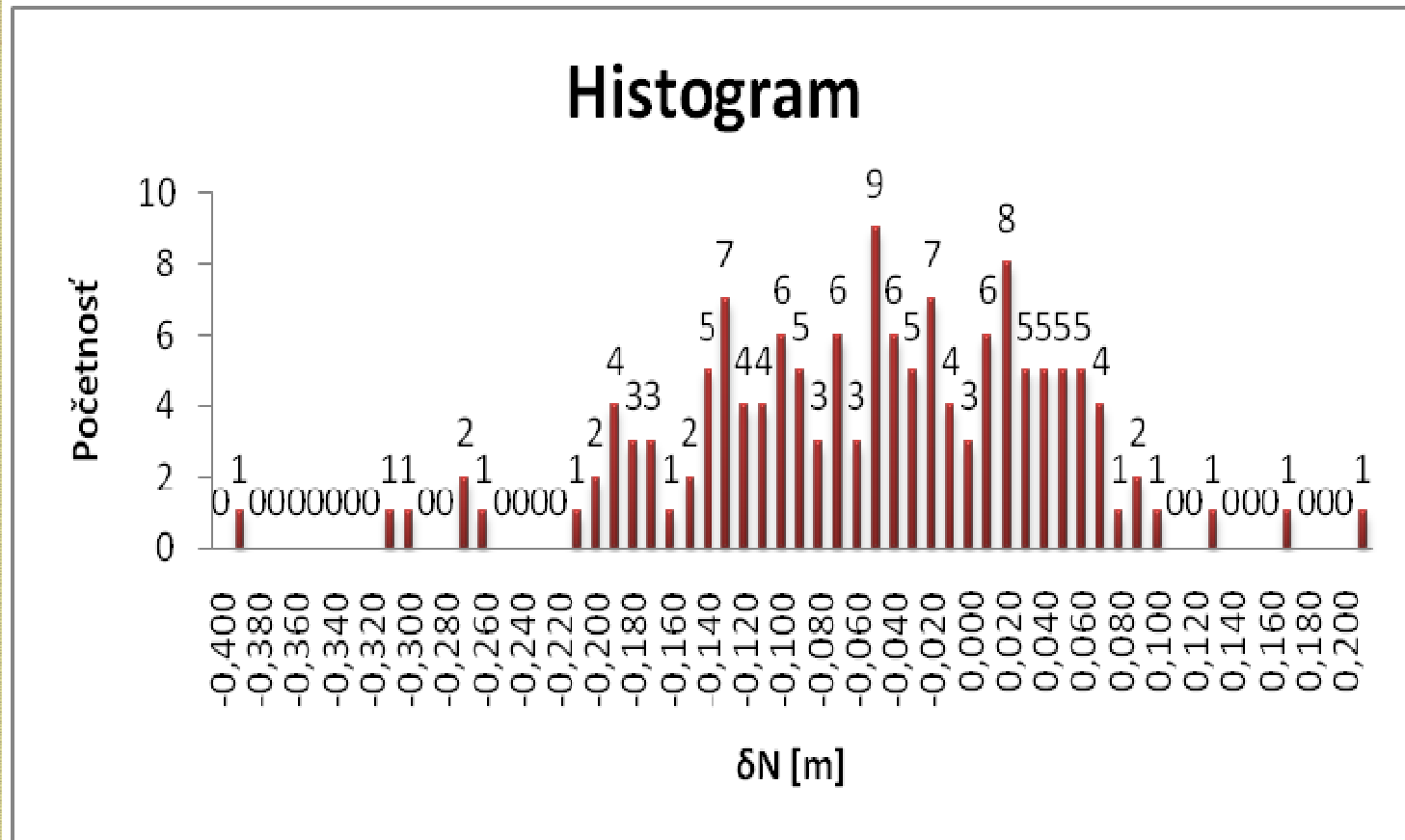
Vykreslenie účinku rozdielov priamych topografických efektov na geoid pre testovacie územie 1



Ukážka pre jedno testovacie územie :

Histogramy početnosti účinku na geoid pre testovacie územie 1

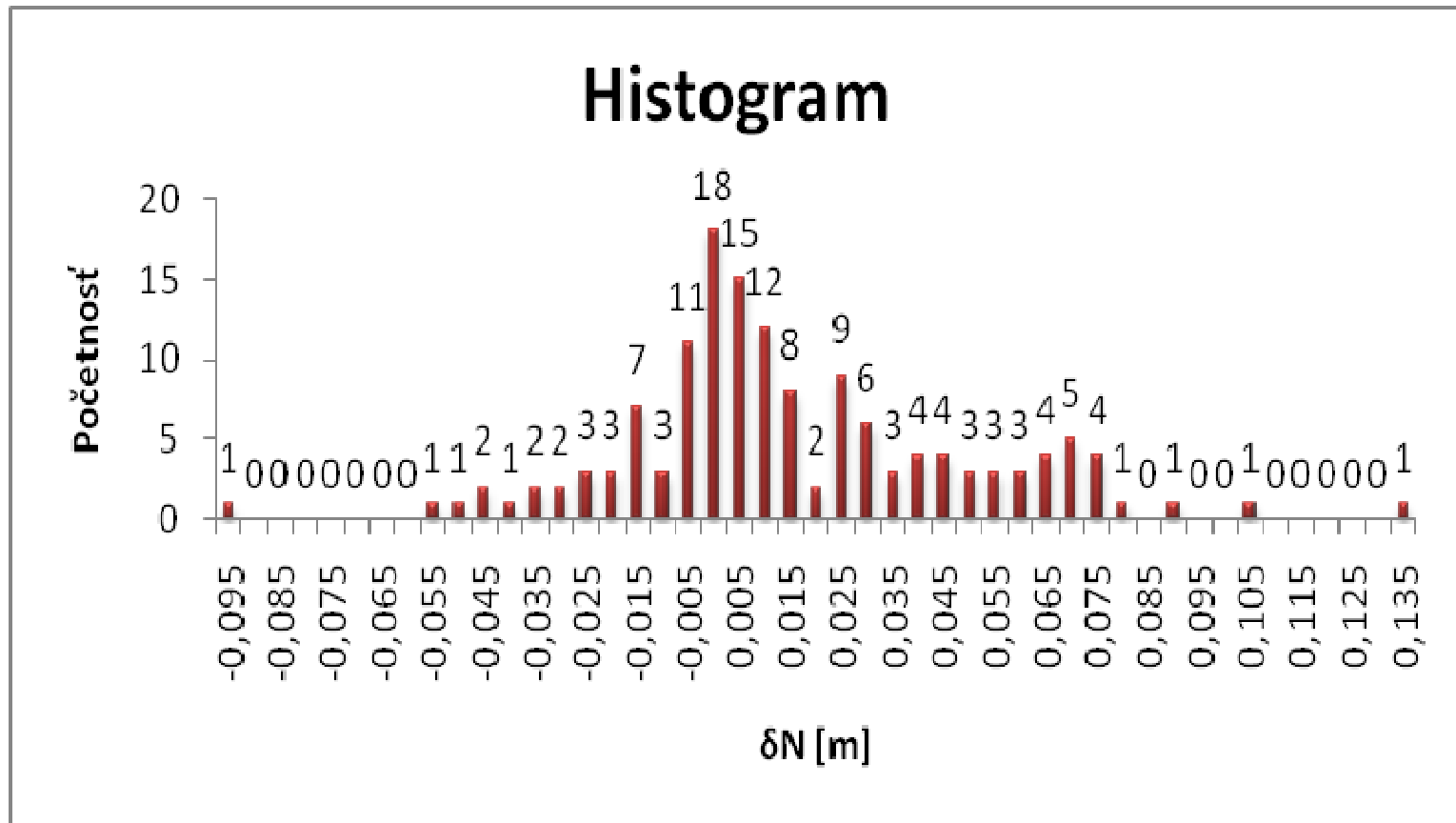
- pre rozdiel výpočtových módov 2-1



Ukážka pre jedno testovacie územie :

Histogramy početnosti príspevku na geoid pre testovacie územie 1

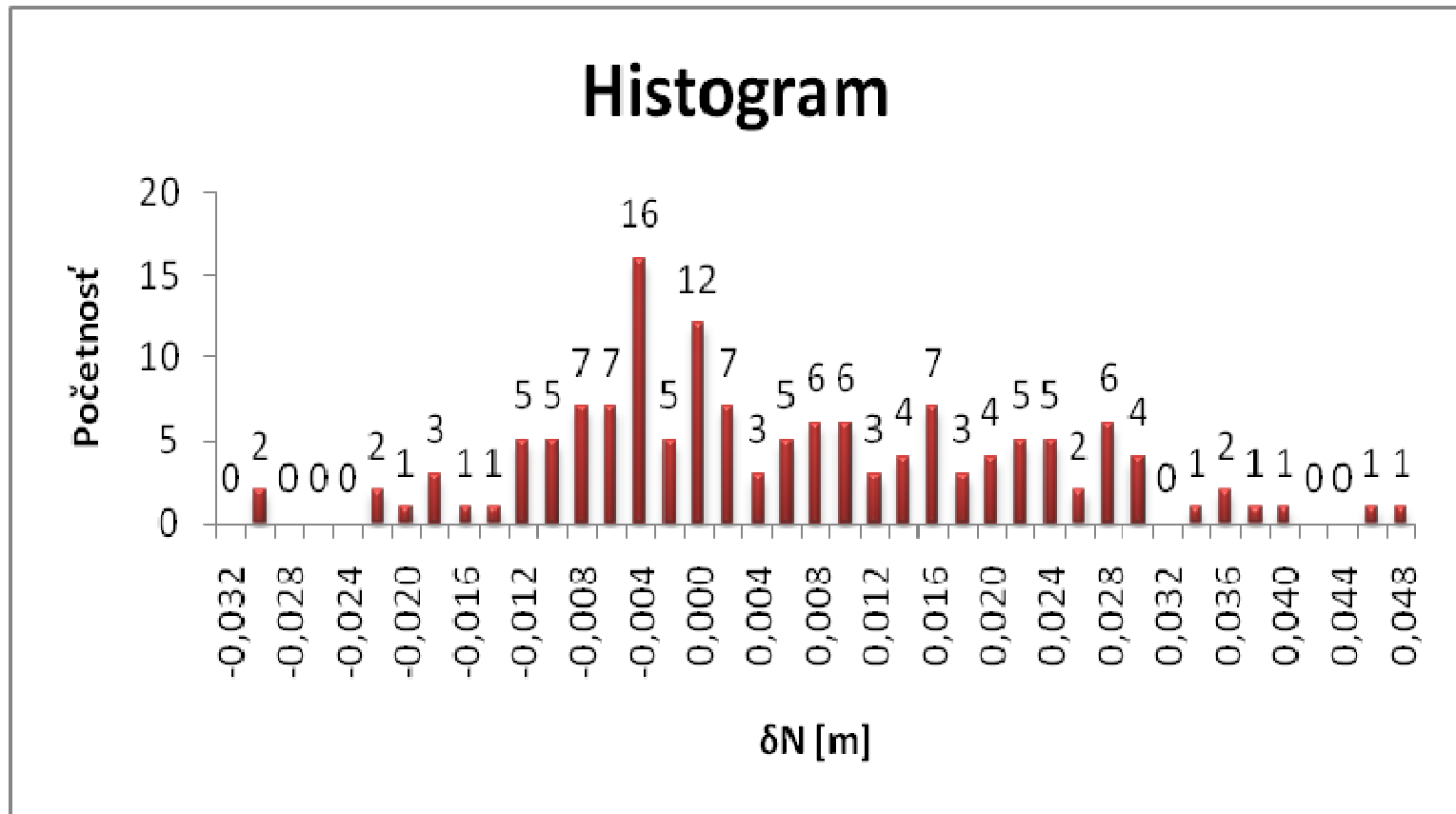
- pre rozdiel výpočtových módov 3-2



Ukážka pre jedno testovacie územie :

Histogramy početnosti účinku na geoid pre testovacie územie 1

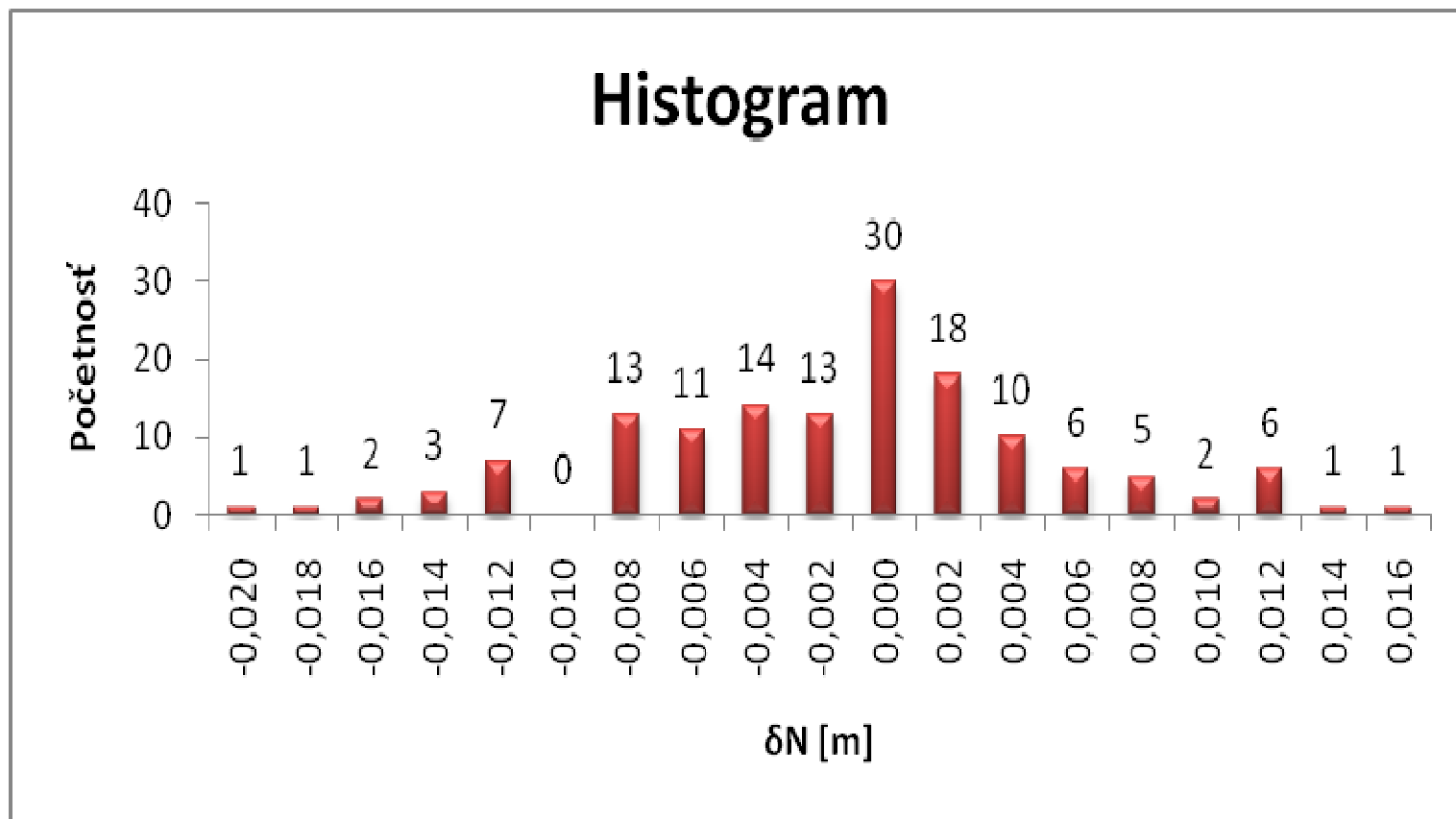
- pre rozdiel výpočtových módov 4-3



Ukážka pre jedno testovacie územie :

Histogramy početnosti účinku na geoid pre testovacie územie 1

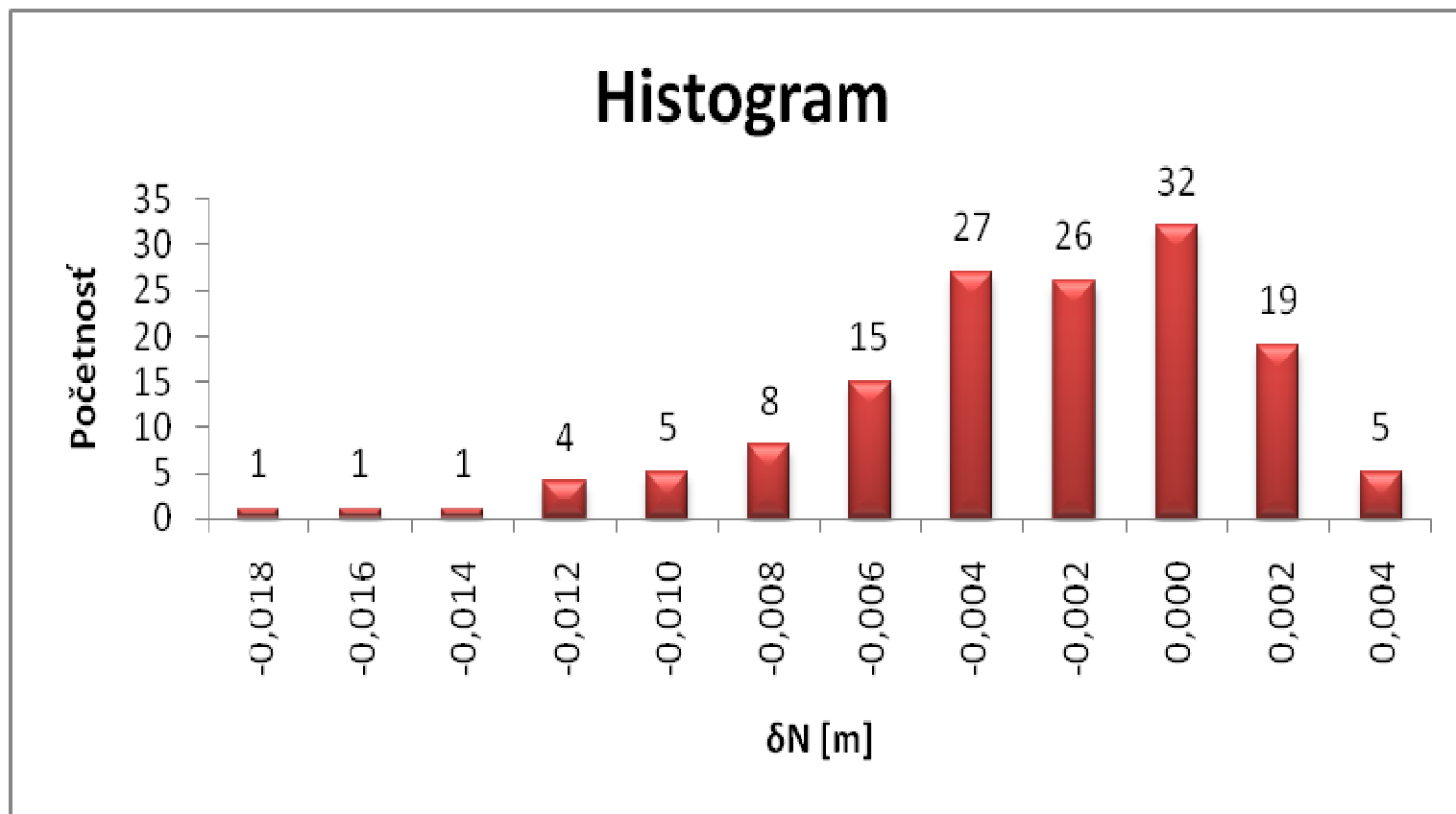
- pre rozdiel výpočtových módov 5-4



Ukážka pre jedno testovacie územie :

Histogramy početnosti účinku na geoid pre testovacie územie 1

- pre rozdiel výpočtových módov 6-5



Výsledok experimentu:

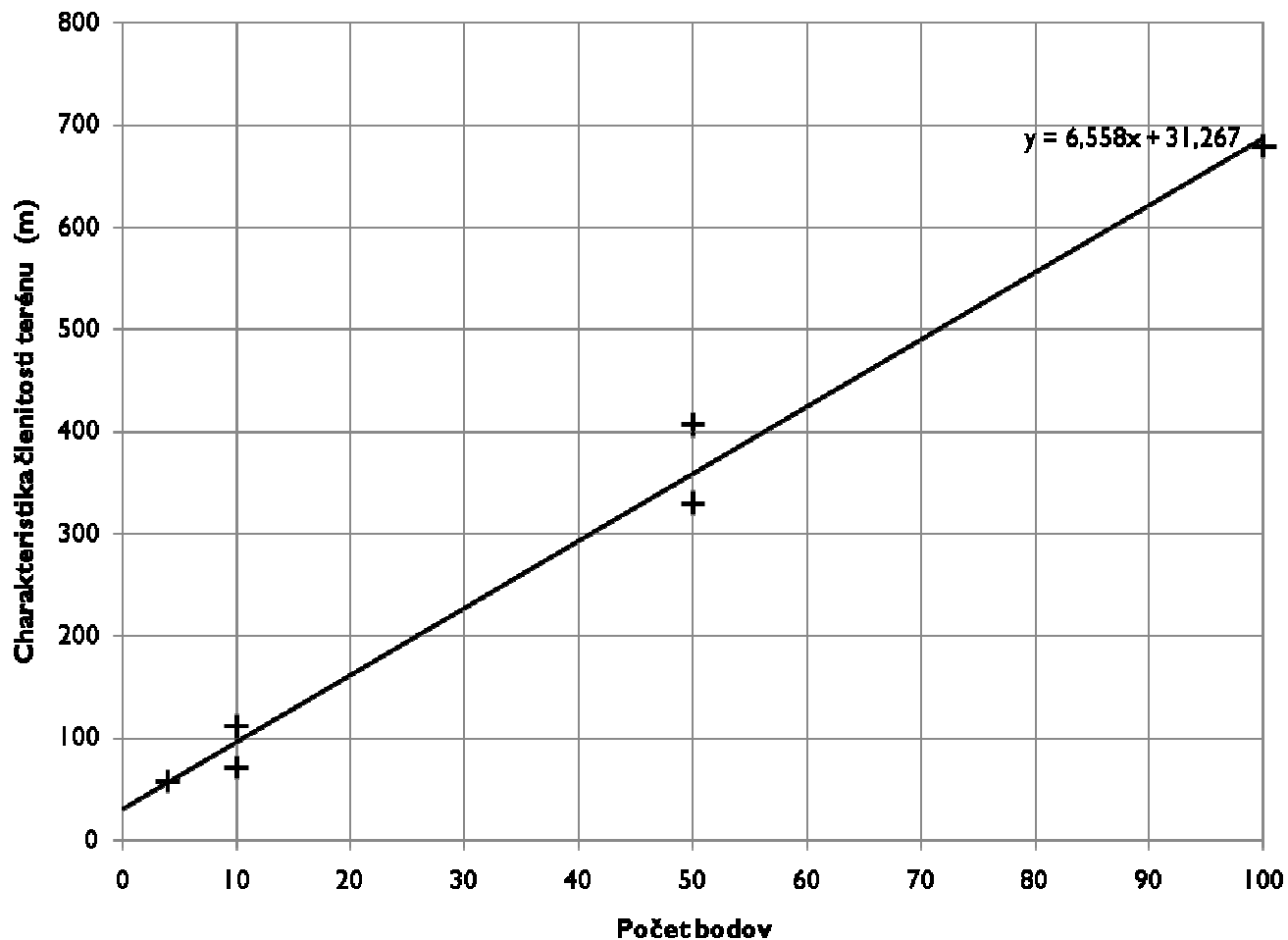
Stanovenie optimálnej hustoty bodov pre jednotlivé testovacie územia

Testovacie územie	Maximálna hodnota δN [mm] – hodnota Čebyševovej normy					Výsledný mód
	rozdiel 2-1	rozdiel 3-2	rozdiel 4-3	rozdiel 5-4	rozdiel 6-5	
1	392	131	47	16	18	6
2	231	70	51	19	9	5
3	132	45	65	13	7	5
4	25	15	8	7	3	3
5	39	15	10	7	3	3
6	21	8	5	3	2	2

- červenou farbou sú vyznačené účinky na geoid, ktoré vyhoveli zadanému kritériu.

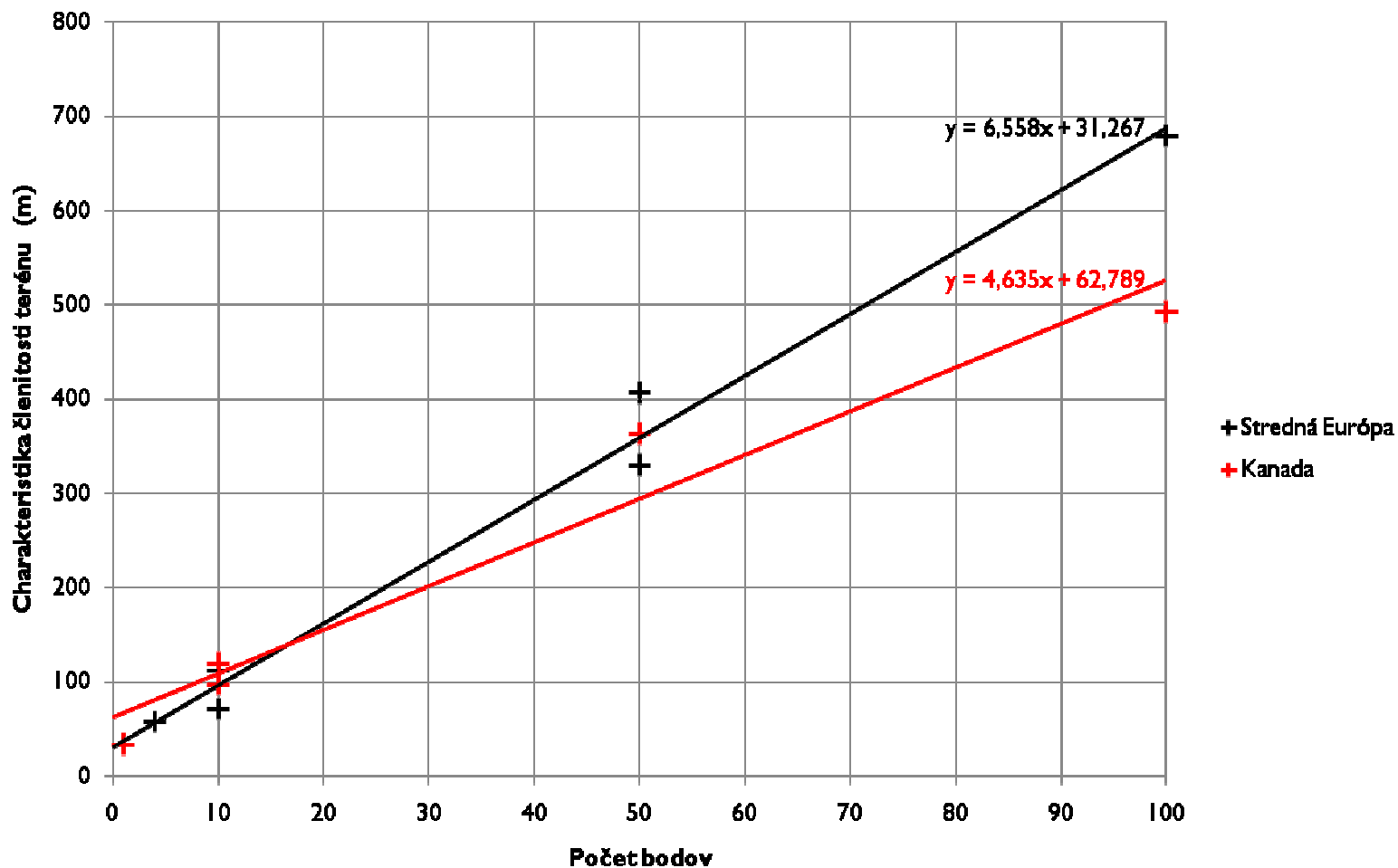
Zovšeobecnenie výsledkov experimentu:

Empirická závislosť optimálneho počtu bodov v bunke 5'×5' od členitosti terénu



Zovšeobecnenie výsledkov experimentu:

Porovnanie s experimentom pre územie Kanady (Janák, Vaníček, Alberts, 2011)



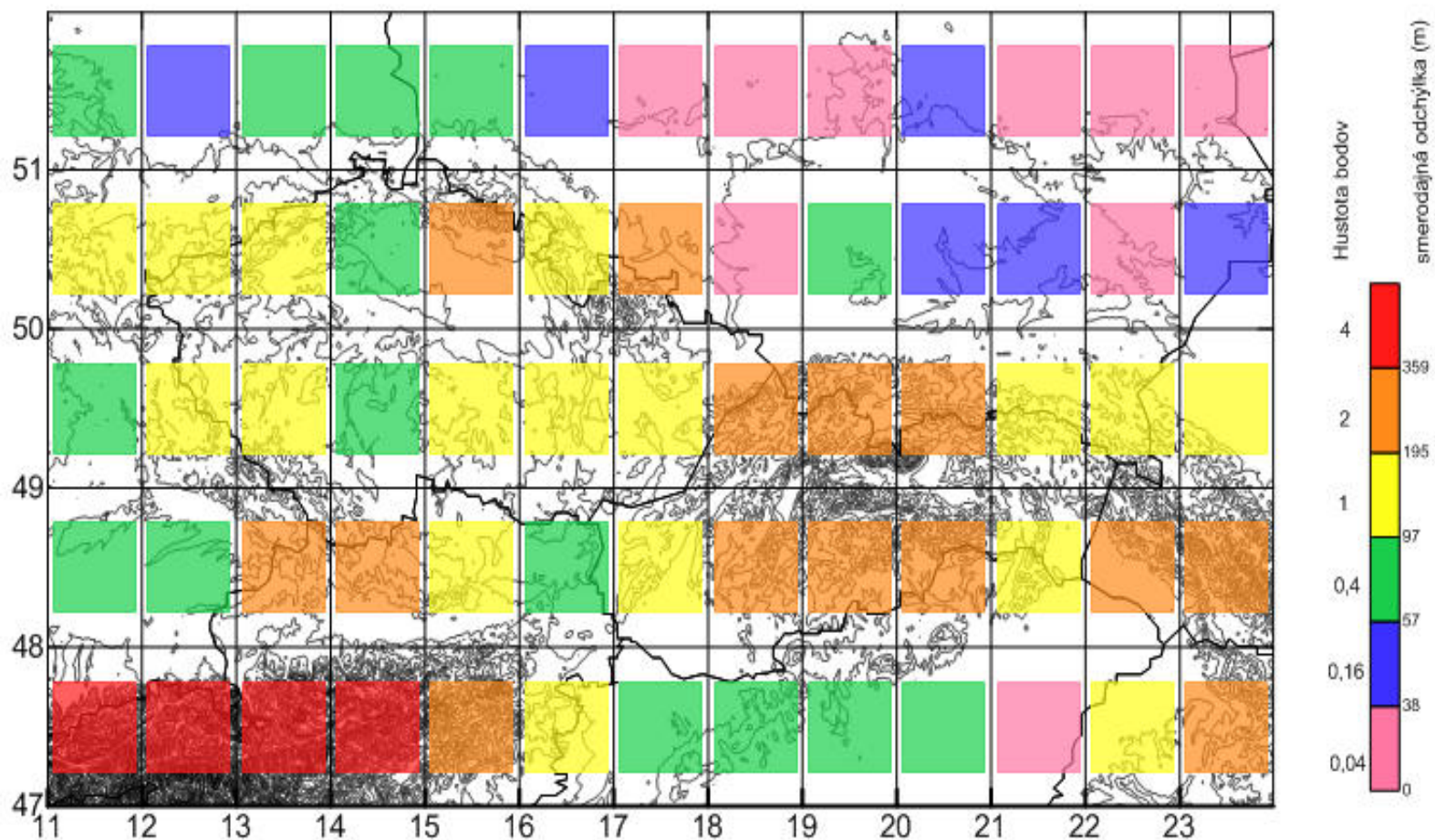
Zovšeobecnenie výsledkov experimentu:

Intervaly smerodajnej odchýlky charakterizujúce členitosť terénu odporúčané pre jednotlivé módy programu dte_pm.e

Interval [m]	Mód	Optimálny počet bodov na plochu 5'x5'	Optimálna hustota bodov na plochu 1'x1'
<0,38>	1	1	0,04
(38,57>	2	4	0,16
(57,97>	3	10	0,4
(97,195>	4	25	1
(195,359>	5	50	2
(359,687>	6	100	4

Zovšeobecnenie výsledkov experimentu:

Mapa optimálnej hustoty bodov pre strednú Európu



Záver :

- na základe výsledkov testovaní zo šiestich testovacích území bola oblasť strednej Európy rozdelená s krokom $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ do šiestich kategórií, pričom každá kategória zodpovedá jednému výpočtovému módu programu na výpočet stredných hodnôt topografických efektov
- na základe tohto experimentu je možné rozšíriť kategorizáciu terénu aj na väčšiu oblasť

Témy na diskusiu :

- aká veličina je najvhodnejšou charakteristikou členitosti terénu ?
- v budúcnosti určiť parametre lineárnej závislosti z väčšieho počtu testovacích území



Použitá literatura :

MARTINEC, Z. Boundary-value problems for gravimetric determination of a precise geoid. Springer, Berlin. 1998