IX. Geofyzikálna konferencia

22. - 23. júna 2011, Bratislava

Jozef Brestenský (1) a **Tomáš Šoltis** (2)

(1) Katedra Astronómie, fyziky Zeme a Meteorológie, FMFI UK

(2) Geofyzikálny ústav SAV

Spin up pri anizotropnej viskozite

Spin-up at Anisotropic Viscosity

Motivácia

- využiť naše definície anizotropie difúznych koeficientov na kvantifikáciu ($\alpha << 1$ miesto $\alpha = 0$) niektorých bežných priblížení

- aplikovať asymptotické, resp. poruchové metódy

Cieľ

- heuristicky odhadnúť, ako Ekmanova hraničná vrstva, ovplyvnená základnými fyzikálnymi poľami, a tým charakterizovaná špecifickými anizotropiami viskozity, ovplyvní procesy v hlavnom objeme kvapaliny

Zavedenie anizotropie

Anizotropiu sme zaviedli v najjednoduchšej možnej forme, v ktorej je tepelná vodivosť a viskozita v tvare diagonálneho tenzora s dvoma rôznymi hodnotami jeho troch komponent

$$\nu \to \boldsymbol{\nu} = \begin{pmatrix} \nu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \nu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \nu_{zz} \end{pmatrix}$$

V dvoch smeroch je difúzia rovnaká, ale rôzna od difúzie v treťom smere,

$\nu_{zz} > \nu_{xx} = \nu_{yy},$ Sa - anizotropia

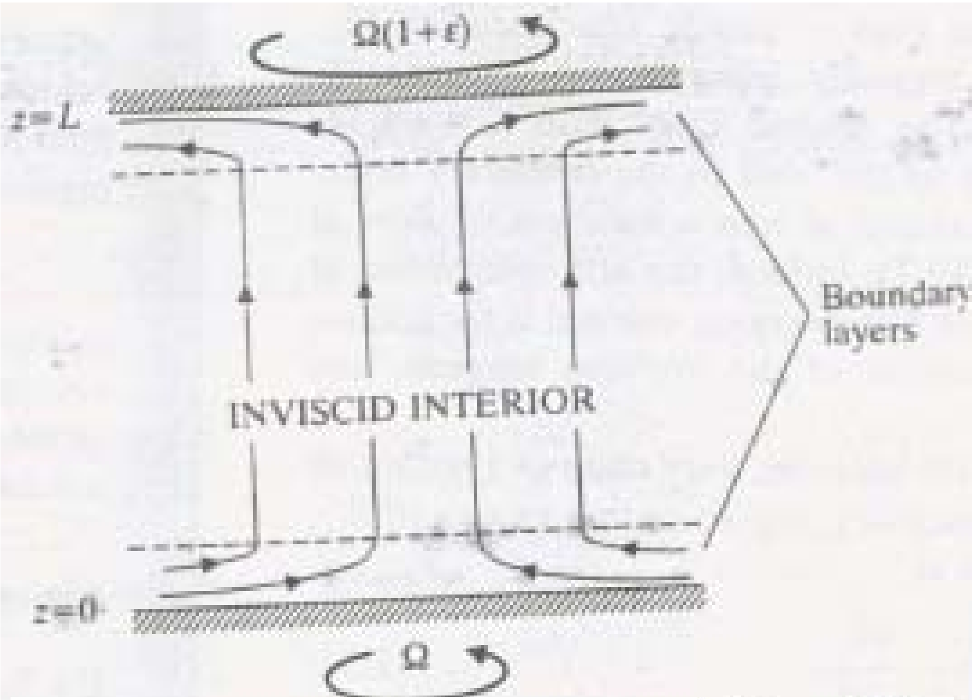
$\nu_{zz} < \nu_{xx} = \nu_{yy},$ So - anizotropia

lebo magnetické pole, napr. $\boldsymbol{B} \uparrow\uparrow \hat{\boldsymbol{y}}$

je orientované v horizontálnom smere.

Ako mieru anizotropie zavedieme parameter anizotropie α,

$\alpha -$ podiel difuzivít v dvoch rôznych smeroch, $\alpha = \dfrac{\nu_{xx}}{\nu_{zz}}$



Spin up

Spin down

(Acheson 1990)

Ekmanovo číslo $E = \frac{\nu}{\Omega L^2}$

hrúbka Ekmanovej vrstvy $d = L E^{1/2}$

čas spin upu $t_s = (t_\Omega \cdot t_\nu)^{1/2}$

$$= \left(\frac{2\pi}{\Omega}\cdot\frac{L^2}{\nu}\right)^{1/2} \sim \frac{L}{(\nu\Omega)^{1/2}}$$

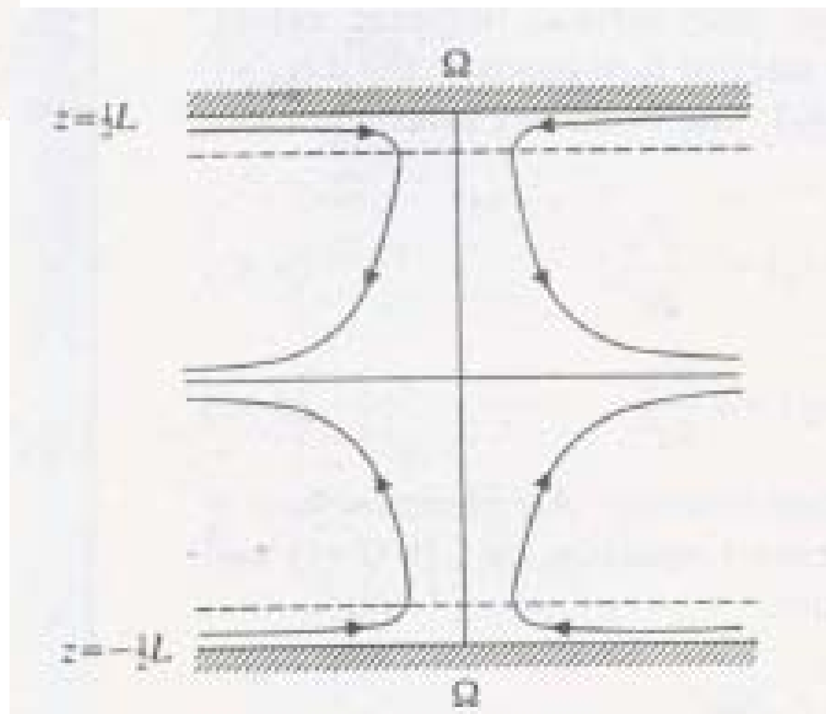
$t_\Omega \ll t_s \ll t_\nu$

ODHADY PRE ČAJ V ŠÁLKE

$\nu = 10^{-6}\, m^2 s^{-1}$, $t_\Omega = 1{,}5\, s$, $\Omega \doteq 2\, s^{-1}$, $L = 7\, cm = 7 \cdot 10^{-2}\, m$

$E = 10^{-4}$, $d = L E^{1/2} \doteq 1\, mm$, $t_\nu = \frac{L^2}{\nu} \doteq 5000\, s \doteq 1{,}5\, hod$

$t_s \doteq 90\, s \doteq 1{,}5\, min$



$$-f\,\mathrm{v} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$+f\,u = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial z^2}$$

$$0 = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial z}$$

$$f = 2\Omega\sin\varphi$$

$$z = 0: \quad u = \mathrm{v} = 0$$

$$z = \infty: \quad u = \bar{u},\ \mathrm{v} = 0$$

$$p = \bar{p}(x, y)$$

$$-f\,\mathrm{v} = \nu\frac{d^2 u}{dz^2}$$

$$f(u - \bar{u}) = \nu\frac{d^2 \mathrm{v}}{dz^2}$$

$$\Rightarrow$$

$$u = \bar{u}\left[1 - \exp(-z/d)\cos(z/d)\right] \equiv u_0$$

$$\mathrm{v} = \bar{u}\exp(-z/d)\sin(z/d) \equiv \mathrm{v}_0$$

$$d = \sqrt{2\nu/f}$$

Je zrejmé, že $\nabla^2 \to \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$, $\nabla_\alpha^2 = (1-\alpha)\partial_{zz} + \alpha\nabla^2 = \partial_{zz} + \alpha(\partial_{xx} + \partial_{yy}) = \partial_{zz} + \alpha\nabla_h^2$

Teda v (Cushman-Roisin 1994) je $\alpha = 0$. Vyšetríme $\alpha \ll 1$.

Nech $u = u_0 + \alpha u_1$, $\mathrm{v} = \mathrm{v}_0 + \alpha \mathrm{v}_1$

$$-f\,\mathrm{v} = \nu(\partial_{zz} + \alpha\nabla_h^2)u$$

$$f(u - \overline{u}) = \nu(\partial_{zz} + \alpha\nabla_h^2)\mathrm{v}$$

$$\Rightarrow$$

$$-f\,\mathrm{v}_1 - \nu\partial_{zz}u_1 = \nu\nabla_h^2 u_0$$

$$f(u_1) - \nu\,\partial_{zz}\mathrm{v}_1 = \nu\,\nabla_h^2\mathrm{v}_0$$

pre u_1, v_1 dostávame systém ODE lineárnych a nehomogénnych.

$$\frac{1}{4}\partial_{\xi\xi\xi\xi} v_1 + v_1 = -\left(1 + 2e^{-\xi}\cos\xi\right)\cdot d\cdot\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

Platí: $\frac{1}{4}\partial_{\xi\xi\xi\xi} v_0 + v_0 = 0$, kde $v_0 = \bar{u}\, e^{-\xi}\sin\xi$

Závery

- oprava „ideálnej“ anizotropie globálne veľmi neovplyvní systém
- lokálne však môže viesť ku dramatickým efektom